


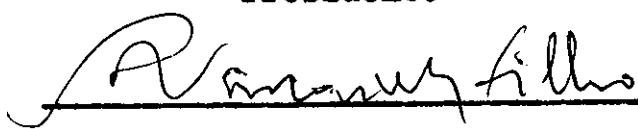
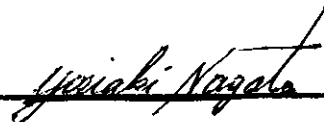
330

ESTRUTURAS PRISMÁTICAS LAMINARES  
ESTUDO TEÓRICO-EXPERIMENTAL

THEO FURTADO DE CARVALHO E SILVA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS  
DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO  
DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTEN  
ÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M.Sc.)

Aprovada por:

  
Presidente  
  


RIO DE JANEIRO  
ESTADO DA GUANABARA - BRASIL  
DEZEMBRO DE 1969

A meus pais.

A minha mulher.

A meus filhos.

## A G R A D E C I M E N T O S

Ao Prof. Fernando Luiz Lôbo Carneiro, pelo incentivo e segura orientação recebidos.

Ao Prof. Luiz Bevilacqua, pela sugestão do tema e orientação inicial.

Ao Prof. Arthur Palmeira Ripper Neto, pelo tempo que nos concedeu para dedicar ao presente trabalho.

A todo o Corpo Docente e Administrativo da COPPE, na pessoa do Prof. Alberto Luiz Coimbra, pelos ensinamentos e apôio recebidos.

Ao Departamento de Cálculo Científico da COPPE, pela utilização do computador digital.

## S I N O P S E

É apresentado um estudo experimental de viga-caixão, de vão único, em modelo reduzido.

Um programa de computador elaborado para a solução de Estruturas Prismáticas Laminares, fornece resultados que são comparados com aqueles obtidos experimentalmente.

Uma crítica é feita ao método experimental adotado.

A B S T R A C T

A study of a simple-span box-girdes model is presented.

Analytical results, obtained by means of a computer program, are compared with experimental results.

The adopted experimental procedure is criticized.

Í N D I C E

	Pag.
<u>CAPÍTULO I</u> - Introdução	1
<u>CAPÍTULO II</u> - Revisão da literatura	3
<u>CAPÍTULO III</u> - Método experimental	5
3.1. - Modelos	5
3.1.1. - Material	
3.1.2. - Geometria dos modelos	
3.1.3. - Construção	
3.2. - Equipamento para medição das deformações	6
3.2.1. - Relação do equipamento	
3.3. - Montagem das experiências	7
3.4. - Comentários	13
<u>CAPÍTULO IV</u> - Resultados obtidos experimentalmente	14
4.1. - Alongamentos	14
4.2. - Deflexões verticais	14
4.3. - Tensões	19
4.3.1. - Esforços nas mesas	
4.3.2. - Esforços nas paredes	
4.4. - Conclusão	22
<u>CAPÍTULO V</u> - Método teórico	24
5.1. - Conceituação do método	24
5.2. - Desenvolvimento	26
5.2.1. - Sistemas de coordenadas	
5.2.2. - Formulação matricial do método	
5.2.3. - Matriz de rigidez do elemento	

	Pag.
<u>CAPÍTULO VI</u> - Programa para computador digital	38
6.1. - Descrição do programa	38
6.2. - Verificação do programa	39
6.3. - Recursos e limitações do programa	39
<u>CAPÍTULO VII</u> - Comparação de resultados	48
<u>CAPÍTULO VIII</u> - Conclusões e recomendações	51
<u>SIMBOLOGIA</u>	53
<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u>	55

# Í N D I C E   D A S   F I G U R A S

Figura	Pag.
1.1 - Exemplos de estruturas prismáticas laminares	2
3.1 - Modelo	9
3.2 - Tensômetro de contato	9
3.3 - Disposição do equipamento	11
3.4 - Secção de medida	12
3.5 - Direções dos alongamentos medidos	12
4.1 - Designação dos elementos	15
4.2 - Alongamentos no elemento 4	15
4.3 - Alongamentos no elemento 2	15
4.4 - Alongamentos no elemento 1	16
4.5 - Alongamentos no elemento 3	16
4.6 - Alongamentos no elemento 1	17
4.7 - Alongamentos no elemento 3	17
4.8 - Deflexões verticais	18
4.9 - Dimensões para cálculo	18
4.10 - Tensões no elemento 2	18
4.11 - Tensões no elemento 4	18
4.12 - Tensões transversais no elemento 1	20
4.13 - Tensões longitudinais no elemento 1	20
4.14 - Tensões transversais no elemento 3	21
4.15 - Tensões longitudinais no elemento 3	21
4.16 - Esforços por unidade de comprimento no plano transversal	23



Figura	Pag.
4.17 - Esforços normais longitudinais	23
5.1 - Convenções para a estrutura	27
5.2 - Convenções para os elementos	27
5.3 - Deslocamentos das bordas de um elemento	29A
6.1 - Deslocamentos em relação aos eixos da estrutura	40
6.3 - Exemplos de aplicação do programa	40
6.2 - Diagrama de blocos	41
6.4 - Esforços por unidade de comprimento em $X = L/2$	46
6.5 - Esforços normais longitudinais em $X = L/2$	46
6.6 - Tensões tangenciais	47
6.7 - Deslocamentos das juntas	47
7.1 - Esforços por unidade de comprimento em $X = 352 \text{ mm}$	49

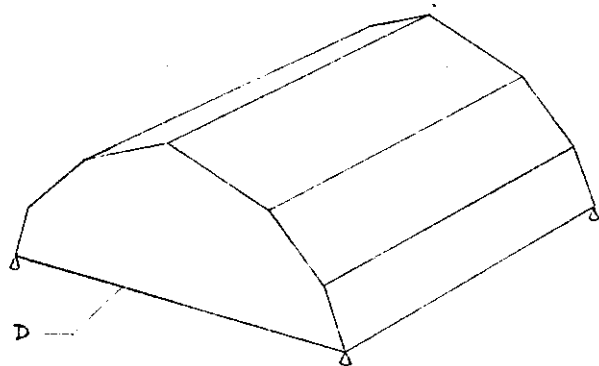
## C A P Í T U L O   I

### Introdução

Uma estrutura prismática laminar (abreviadamente E.P.L.) é constituída por uma série de placas retangulares finas, de mesmo comprimento, ligadas entre si por suas bordas longitudinais, formando juntas, e apoiadas pelos extremos em diafragmas. A figura 1.1 mostra exemplos típicos de estruturas dêste tipo.

O presente trabalho foi motivado pela atenção crescente que êsse tipo de estrutura vem recebendo nos últimos anos.

Inicialmente foi imaginado fazer-se um estudo principalmente experimental de vigas-caixões em modelos reduzidos, e comparar-se numêricamente os resultados obtidos com aquêles que seriam determinados analíticamente pela teoria exposta no trabalho de LUIZ BEVILACQUA<sup>1</sup>. No decorrer dos trabalhos, porém, em virtude da dificuldade em obter-se a precisão necessária nas determinações experimentais, a ideia principal do trabalho modificou-se no sentido de se elaborar um programa para computador digital que permitisse a solução da maioria dos tipos de E.P.L. que surgem na prática. Os resultados experimentais já obtidos serviriam apenas como uma verificação adicional da validade do programa, ajudando a esclarecer certos pontos.



D - diafragma

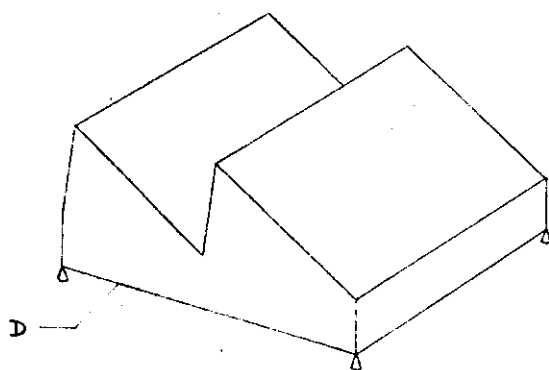
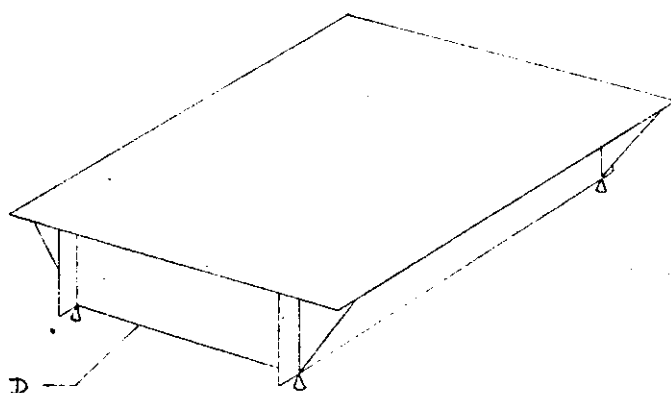


Fig. 1.1

Exemplos de Estruturas Prismáticas Laminares

## C A P Í T U L O   I I

### Revisão da Literatura

O estudo teórico das E.P.L. tem merecido bastante atenção na literatura especializada, sendo porém raros os exemplos de estudos comparativos entre soluções analíticas e determinações experimentais.

Nas soluções analíticas podemos distinguir entre os chamados métodos simplificados e métodos exatos.

Entre estes últimos, podemos citar o trabalho de J. GOLDBERG e H. LEVE<sup>2</sup>, usando a teoria da elasticidade. Nê le, os autores desenvolvem uma solução para as tensões pela combinação das equações da teoria das placas para os esforços normais ao plano dos elementos, com as equações do estado plano de tensões, obtidas pela teoria da elasticidade, para os esforços atuantes no plano dos elementos. Os esforços e deslocamentos são desenvolvidos em séries de Fourier, e a solução é obtida pela resolução do sistema de equações formado pelas condições de equilíbrio das juntas.

Um método exato, em formulação matricial e utilizando séries de Fourier, é apresentado com detalhes e exemplos ilustrativos por L. BEVILACQUA<sup>1</sup>.

Quanto aos métodos simplificados, observamos que existem vários dêles, onde os autores propõem diferentes graus de simplificação. Para se ter uma idéia dessa variedade, podemos citar um trabalho da autoria de G. H. POWELL<sup>3</sup>, on

de é feita a comparação entre vários métodos simplificados.

Uma solução para computador digital é apresentada por A. SKENE e A. C. SCORDELIS<sup>4</sup>. O programa permite resolver estruturas abertas, do tipo conhecido por "folded plate", com condições de contorno arbitrárias ao longo das juntas.

Um estudo comparativo entre as tensões determinadas em um modelo reduzido e as calculadas por três métodos diferentes, é apresentado por SCORDELIS, CROY e STUBBS<sup>5</sup>. Neste estudo foi empregado um modelo de estrutura tipo "folded plate", feito de chapas de alumínio.

## C A P Í T U L O   I I I

### Método Experimental

#### 3. 1.            Modêlos

##### 3. 1. 1.        Material

Na confecção dos modêlos foram empregadas chapas de "plexiglass", com espessuras nominais de 3,2 mm e 10 mm. Apesar de ter havido uma certa escôlha da região das chapas a serem usadas nos modêlos, foi impossivel obter-se uniformidade nas espessuras das peças componentes do mesmo. Nas chapas finas a variação de espessura constatada de um ponto para outro, chegou a ser de, aproximadamente, 25%.

O módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do material, foram determinados a partir de corpos de prova retirados das mesmas chapas empregadas na confecção dos modêlos. Foram realizados ensaios de tração em uma máquina INSTRON de 10 ton. Os alongamentos longitudinais e transversais na secção média dos corpos de prova foram medidos por meio de tensômetros elétricos ("strain gages"). Foram determinados os seguintes valores médios para o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson, respectivamente:

$$E = 270 \text{ kg/mm}^2$$

$$\nu = 0,4$$

O material apresenta sensível efeito de tempo.

### 3. 1. 2. Geometria dos Modêlos

Foram construidos três modelos de vigas-caixões, a saber:

1º modelo - Constituido por quatro elementos com 10 mm de espessura e 1000 mm de comprimento, formando uma secção transversal quadrada com 100 mm de lado.

2º modelo - Constituido por quatro elementos com 3,2 mm de espessura e 900 mm de comprimento, formando uma secção transversal quadrada com 53 mm de lado.

3º modelo - Constituido por quatro elementos com 3,2 mm de espessura e 910 mm de comprimento, formando uma secção transversal retangular com 106 x 53 mm.

### 3. 1. 3. Construção

As chapas de "plexiglass" foram cortadas em uma serra circular para madeira. Foi usado um disco de serra de dentes finos, com pouca trava. Devido à imprecisão da máquina disponível, foi difícil obter-se cortes perfeitos.

Os elementos foram unidos por meio de um solvente composto de 90% de cloreto de metileno e 10% de diacetona-alcool, aplicado com uma seringa de injeção, como descrito na referência (6).

### 3. 2. Equipamento para medição das deformações

No início dos trabalhos, havia pouco equipamento disponível. Com o decorrer das experiências, porém, novos aparelhos foram adquiridos, permitindo melhorar as condições

de ensaio.

### 3. 2. 1. Relação do equipamento

- Comparadores mecânicos de mostrador, com sensibilidade de 0,002 mm, para medição de deflexões;
- catetômetro WILD, modelo KM 343, com sensibilidade de 0,01 mm;
- comutador HUGGENBERGER de 12 posições;
- comutador B.L.H. modelo 225, de 10 posições;
- ponte de medição B.L.H. modelo 120 C;
- ponte de medição PHILIPS modelo PR 9303;
- registrador HEWLETT-PACKARD modelo 680 M;
- tensômetros elétricos SHINKOH, de papel, de fio enrolado, tipos simples e em roseta, com comprimento efetivo de 5 mm;
- tensômetros elétricos PHILIPS, de cresol, de fio enrolado, tipo 9814 M, com comprimento efetivo de 2 mm.

### 3. 3. Montagem das experiências

O primeiro modelo foi ensaiado a flexão e a torção pura. Os alongamentos longitudinais, transversais e a 45 graus, foram medidos numa secção transversal a 90 mm da secção média, por meio de 16 tensômetros elétricos colados na superfície externa. Depois de uma série de experiências, esse modelo foi abandonado devido a sua grande rigidez, e a dificuldade em se estabilizar a leitura dos tensômetros. Os resultados obtidos no ensaio de torção pura, mostraram boa con-



cordância com os calculados pela fórmula de Bredt.

No 2º modelo foram empregados tensômetros de contato (referência 7), permitindo fazer-se medições em muitos pontos do modelo com o mesmo tensômetro. Esse modelo foi também abandonado depois de uma série de experiências, porque sua pequena largura dificultava o estudo dos efeitos de cargas assimétricas em relação a seu eixo longitudinal.

O 3º modelo foi usado para maior número de experiências. A figura 3.1 mostra suas dimensões e a construção do diafragma.

A técnica empregada para a medição dos alongamentos, consiste no seguinte:

Preparam-se dois tensômetros de contato idênticos (figura 3.2). Um deles é colocado sobre uma viga-padrão feita do mesmo material do modelo, e atua normalmente como compensador de temperatura. O outro tensômetro é aplicado ao modelo sobre o ponto onde se deseja medir o alongamento, na direção desejada, e funciona como tensômetro ativo. Os dois tensômetros são ligados a uma ponte de medição, e esta, a um registrador. Aplicando-se uma carga ao modelo, tem-se no registrador uma certa amplitude registrada. A carga é retirada assim que a amplitude registrada fica praticamente constante. Aplica-se em seguida uma carga à viga-padrão. Seu tensômetro funciona agora como ativo e o alongamento é também registrado. Como o alongamento na viga-padrão pode ser diretamente

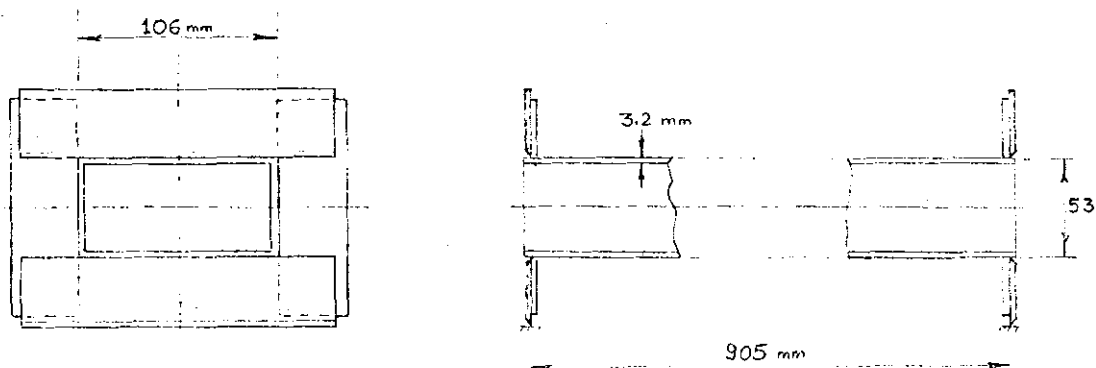


Fig. 3.1  
Modelo

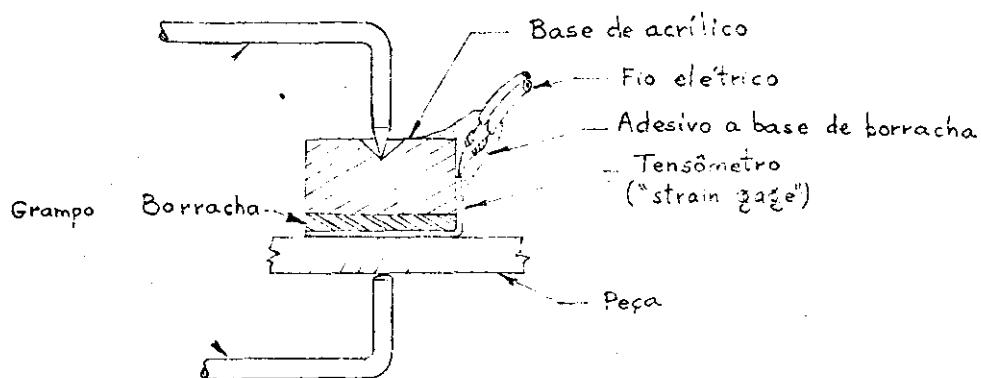


Fig. 3.2  
Tensômetro de contato

calculado, a comparação entre as amplitudes registradas para o padrão e para o modelo, permite calcular o alongamento no modelo.

No 3º modelo foi estudado o efeito de uma carga concentrada, aplicada a meio vão, sobre uma junta superior. Foram empregados tensômetros de contato. As cargas foram aplicadas por intermédio do dispositivo de aplicação de cargas de um auto-influenciógrafo. A figura 3.3 mostra a disposição aproximada do equipamento empregado. Foi escolhida uma secção transversal a 102 mm do meio do vão (figura 3.4) e para esta secção, foram medidos os alongamentos longitudinais, transversais e a 45 graus (figura 3.5) na superfície externa dos quatro elementos e na superfície interna das mesas superior e inferior. A figura 3.5 mostra um elemento com as direcções dos alongamentos designados por  $\epsilon_L$  (longitudinal),  $\epsilon_T$  (transversal) e  $\epsilon_{45}$  (a 45 graus com a direcção  $Ox$ ).

Foram também medidas as deflexões verticais das duas juntas inferiores, na secção média do modelo. Para isso foram empregados, a princípio, comparadores mecânicos de mostrador. Posteriormente preferiu-se usar um catetômetro para essa finalidade. Foi sempre necessário medir o recalque nos apoios.

Várias séries de medições foram realizadas em torno de uma mesma secção transversal, com valores diferentes de cargas aplicadas.

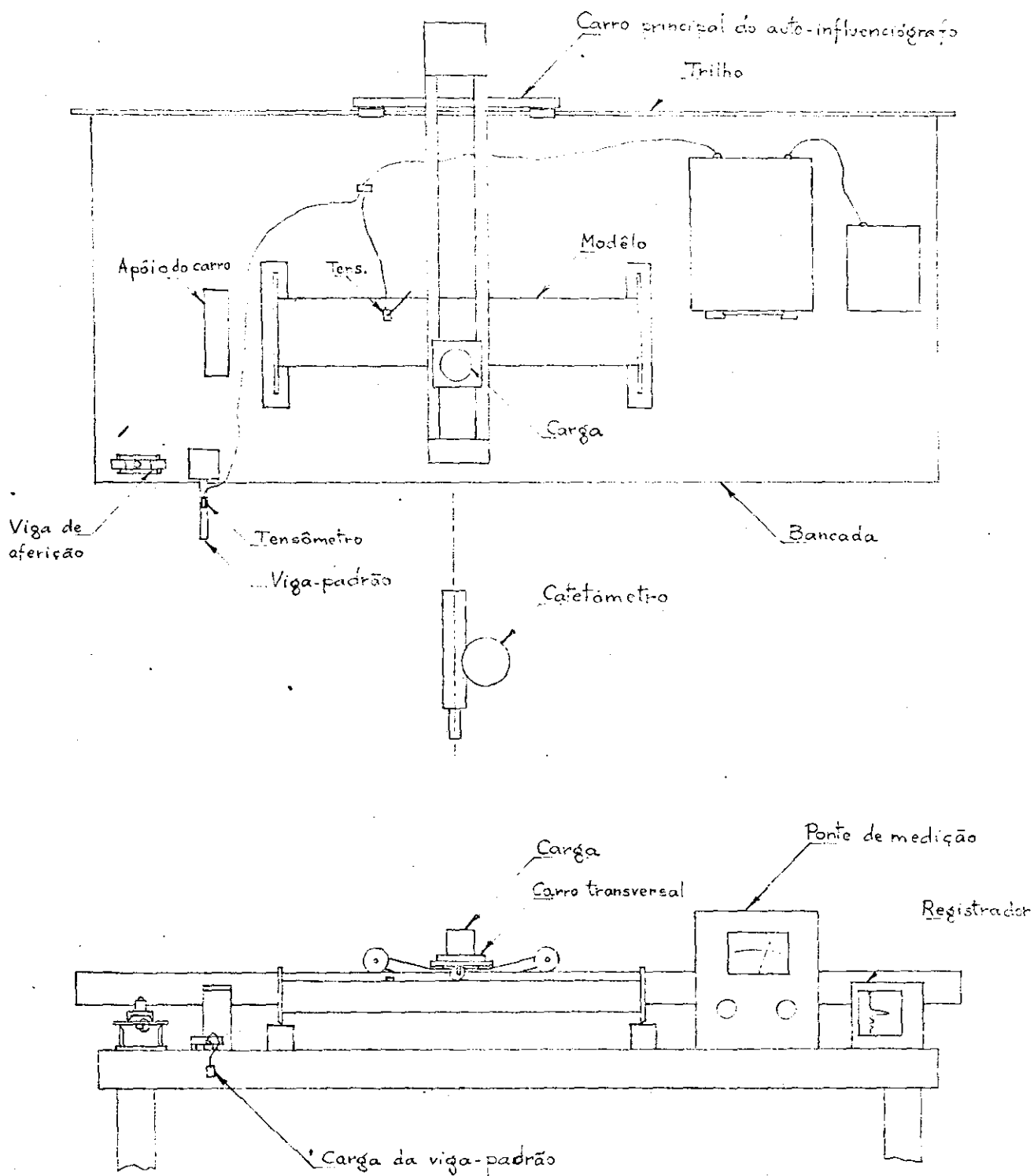


Fig. 3.3  
Disposição do equipamento

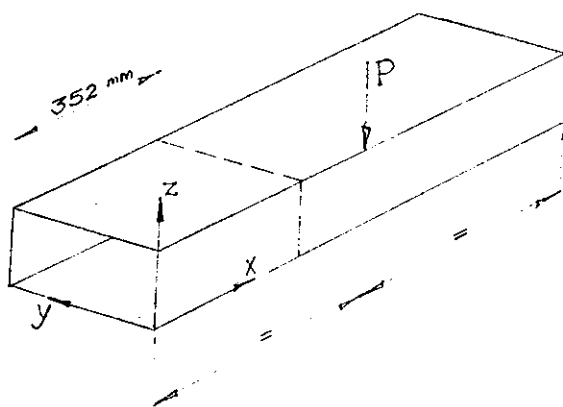


Fig. 3.4  
Secção de medida

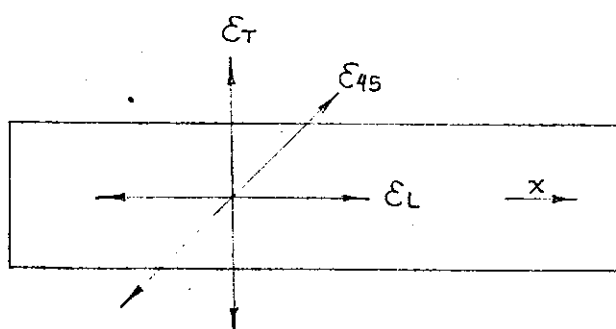


Fig. 3.5  
Direções dos alongamentos medidos

### 3. 4. Comentários

Observou-se que, nem sempre, os resultados obtidos eram coerentes, principalmente antes da instalação de condicionamento de ar na sala de experiências. Ocasionalmente, os tensômetros de contato apresentavam, dependendo das condições de aplicação e do tempo de utilização, anomalias de funcionamento. Também é provável que as fortes variações de espessura dos elementos e possíveis diferenças na rigidez das superfícies coladas, tenham afetado as medições.

De tudo isso resulta que as informações obtidas, têm um valor mais qualitativo do que quantitativo a respeito do funcionamento da estrutura.

## C A P Í T U L O   I V

### Resultados obtidos experimentalmente

Serão apresentados, por serem os mais interessantes, os resultados obtidos com o 3º modelo sujeito a uma carga concentrada de 3,5 kg, aplicada a meio vão, sobre uma junta superior.

#### 4. 1.            Alongamentos

Foram medidos alongamentos longitudinais, transversais e a 45 graus numa secção a 102 mm da secção média do modelo. Os elementos foram numerados de 1 a 4 para facilitar a referência (figura 4.1). As figuras 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 mostram as distribuições dos alongamentos na citada secção, medidos como explicado no Capítulo III.

Os alongamentos a 45 graus serviram para estudar as direções principais nas faces dos elementos. Dentro da precisão obtida, verificou-se que, nos elementos 1 e 3 (mesas), as direções principais são aproximadamente as direções longitudinais e transversais. Nos elementos 2 e 4 (paredes), as direções principais seguem a configuração aproximada que teriam numa viga retangular simplesmente apoiada.

#### 4. 2.            Deflexões verticais

Foram medidas as deflexões verticais das juntas inferiores, na secção transversal média do modelo. O resultado está indicado na figura 4.8.

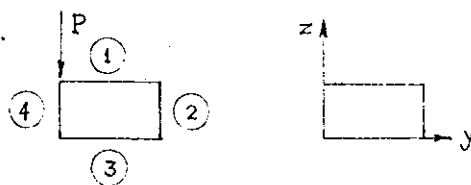
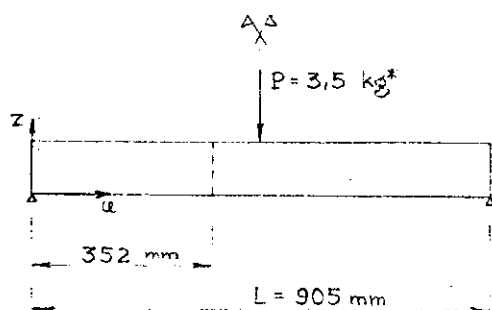


Fig. 4.1

Designação dos elementos

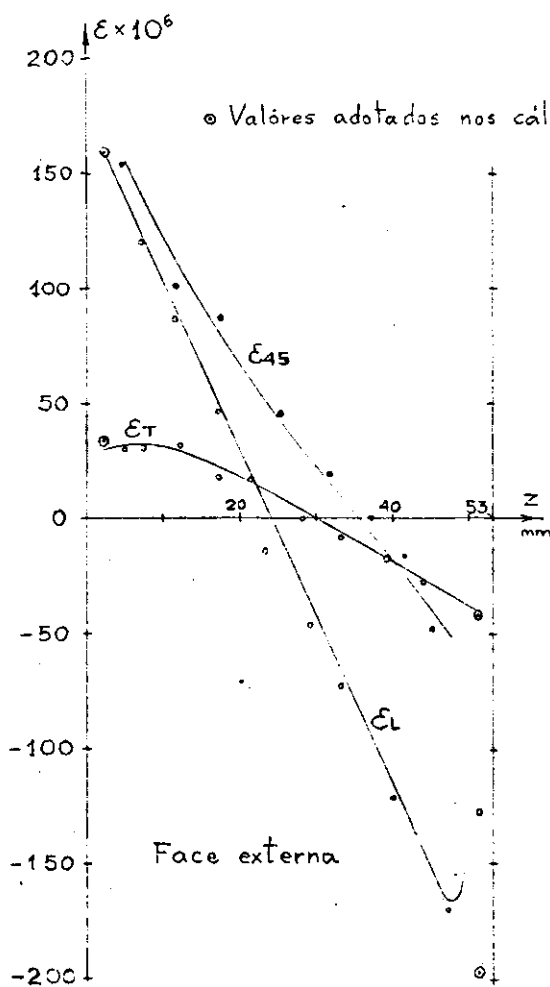


Fig. 4.2

Alongamentos no elemento 4

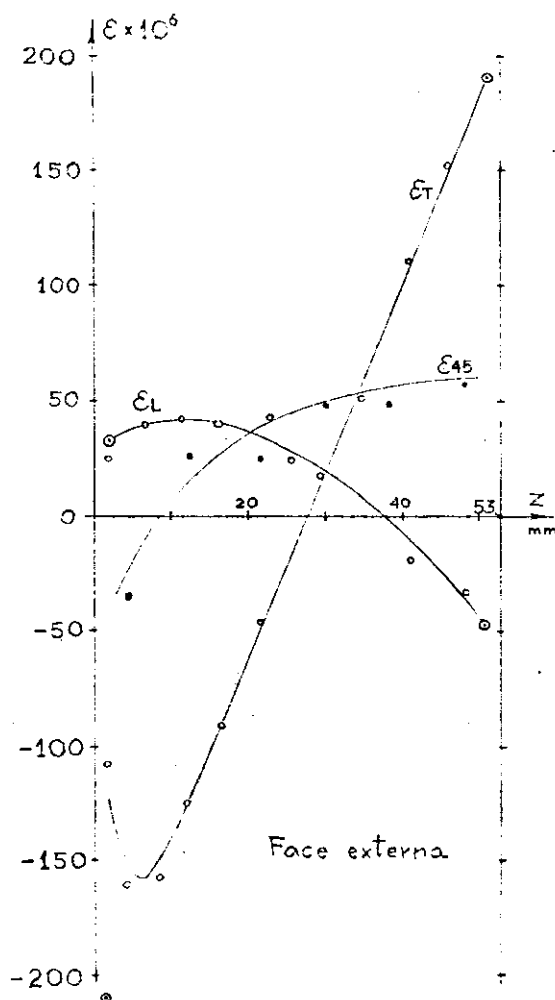


Fig. 4.3

Alongamentos no elemento 2



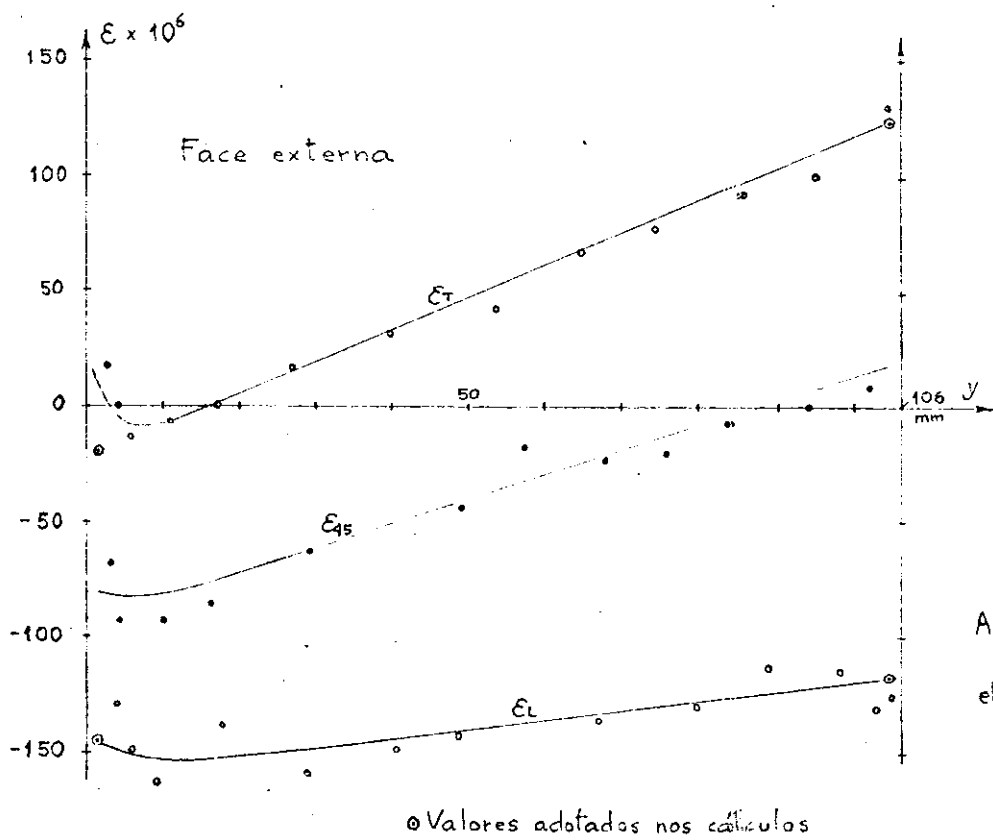


Fig. 4.4

Alongamentos  
no  
elemento 1

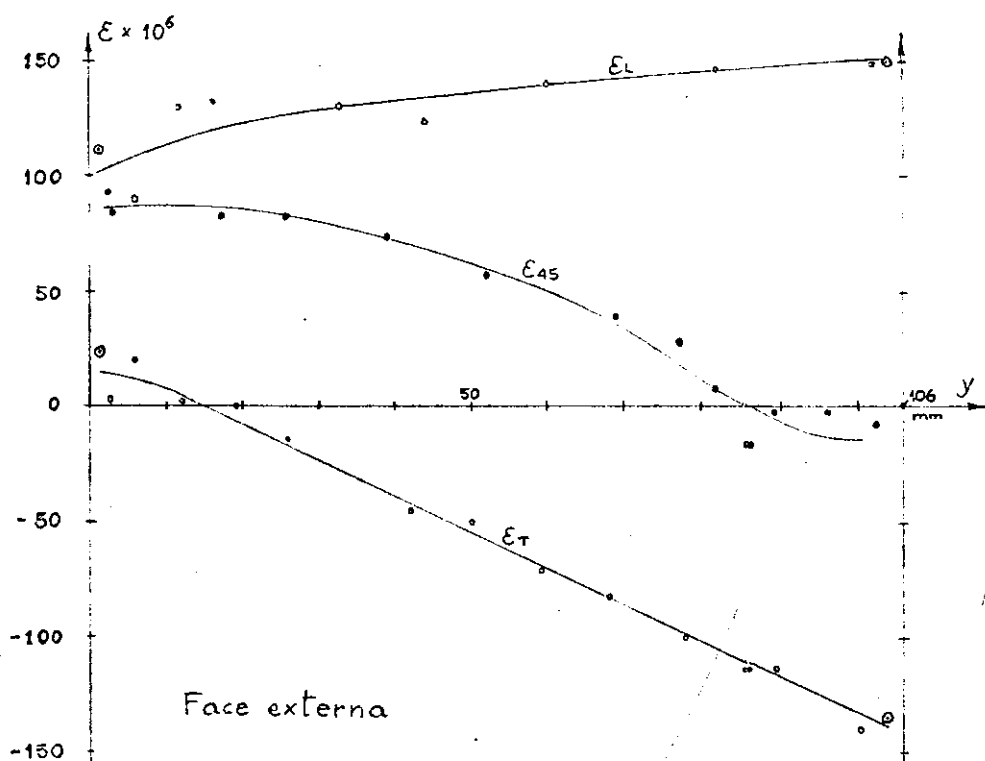


Fig. 4.5

Alongamentos  
no  
elemento 3

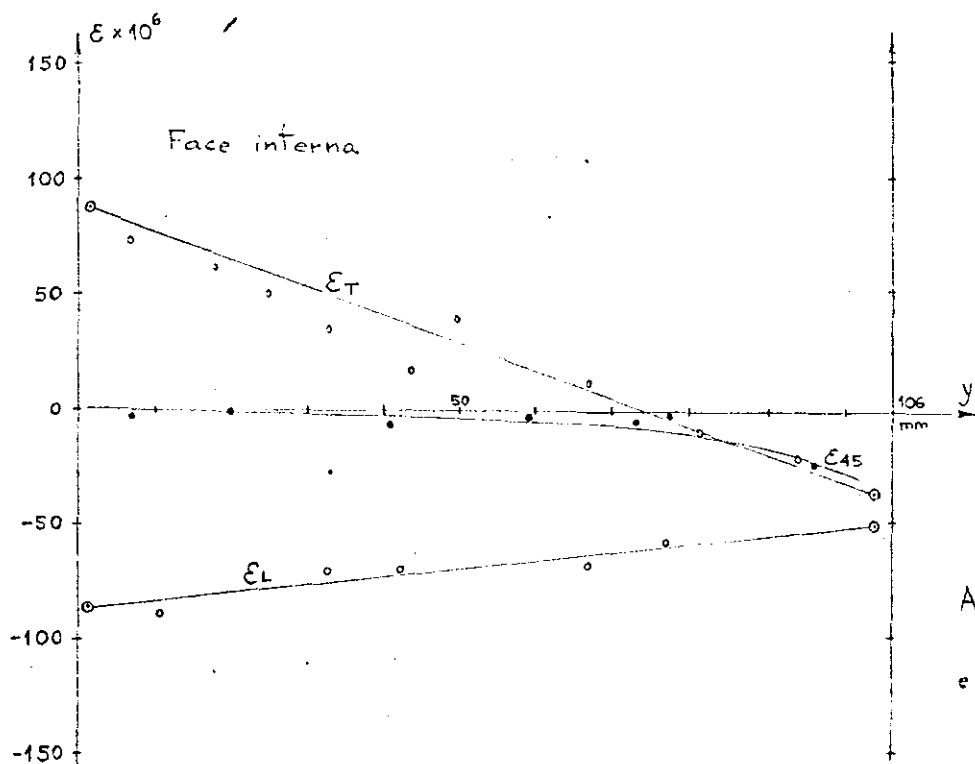


Fig. 4.6

Alongamentos  
no  
elemento 1

• Valores adotados nos cálculos

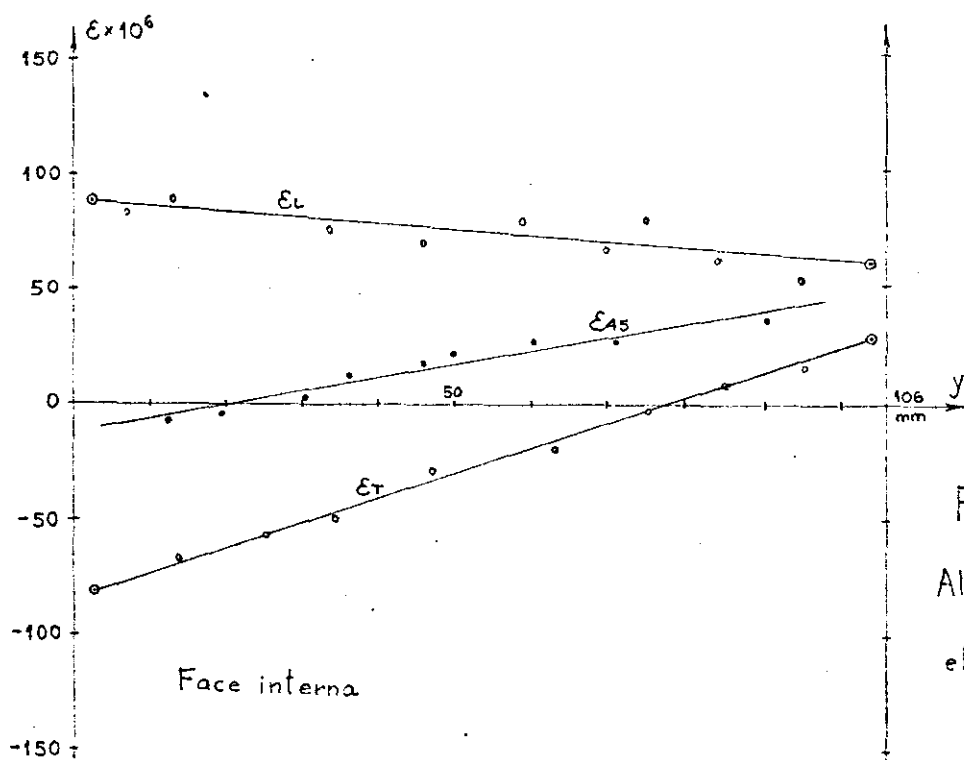


Fig. 4.7

Alongamentos  
no  
elemento 3

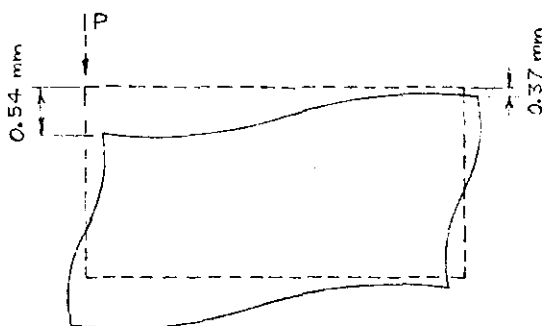


Fig. 4.8

Deflexões verticais

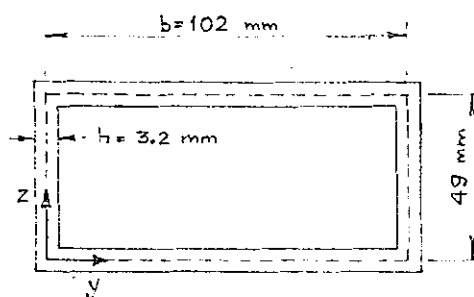


Fig. 4.9

Dimensões para cálculo

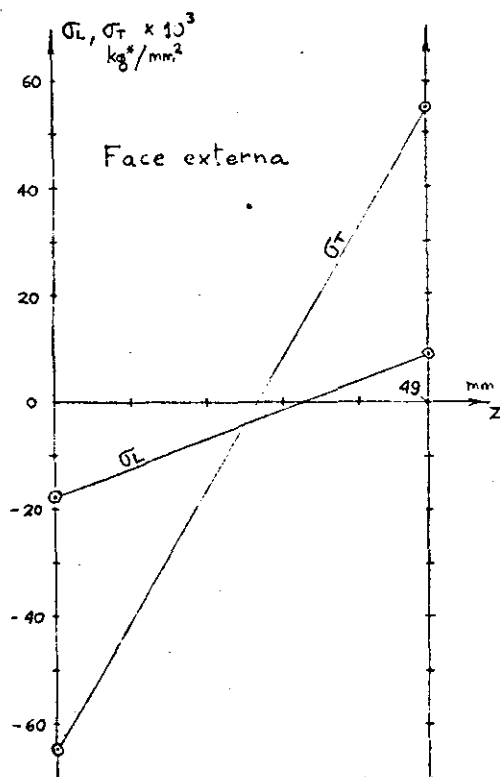


Fig. 4.10

Tensões no elemento 2

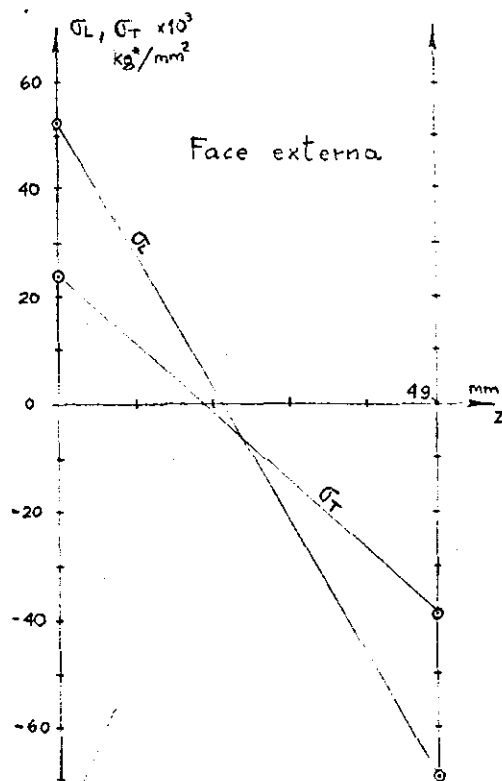


Fig. 4.11

Tensões no elemento 4

#### 4. 3. Tensões

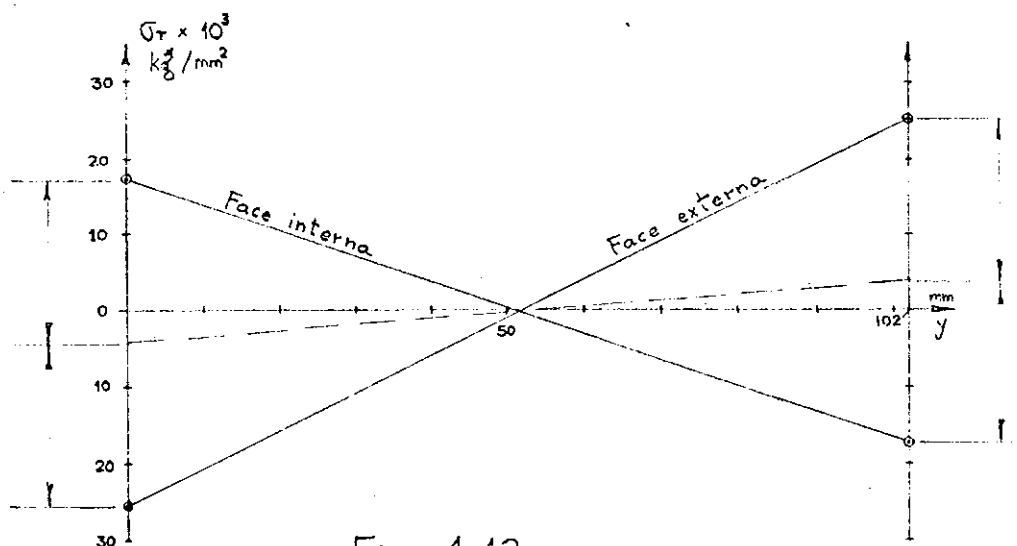
Dos gráficos traçados, foram retirados valores dos alongamentos longitudinais e transversais nas juntas, com a finalidade de calcular as tensões nas bordas dos elementos. Esses valores foram extrapolados dos gráficos, não levando em consideração o comportamento real das juntas do modelo. Os elementos foram tratados como placas retangulares, e as tensões calculadas estão apresentadas nas figuras 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15.

##### 4. 3. 1. Esforços nas mesas

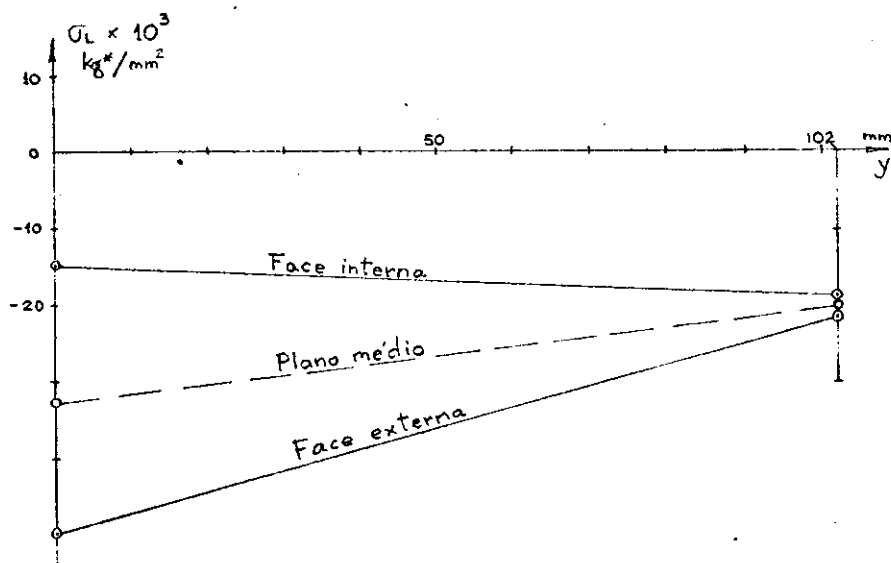
Para os elementos 1 e 3 tirou-se uma média dos valores das tensões calculadas para a face externa e para a face interna. Admite-se que essa média corresponda a uma tensão normal, agindo no plano médio do elemento (plano neutro). Supôs-se que os gráficos (figuras 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15) representam a superposição de um diagrama de tensões de flexão simétrico em relação ao plano neutro da placa, com um diagrama de tensões normais agindo no citado plano. Das tensões assim obtidas, foram calculados os momentos fletores transversais nas bordas dos elementos 1 e 3 (figura 4.16), e as tensões normais longitudinais nos mesmos elementos (figura 4.17).

##### 4. 3. 2. Esforços nas paredes

Como não foram obtidos os valores dos alongamentos nas faces internas dos elementos 2 e 4, foram calculadas apenas as tensões nas faces externas (figuras 4.10 e 4.11).



Tensões transversais no elemento 1



Tensões longitudinais no elemento 1

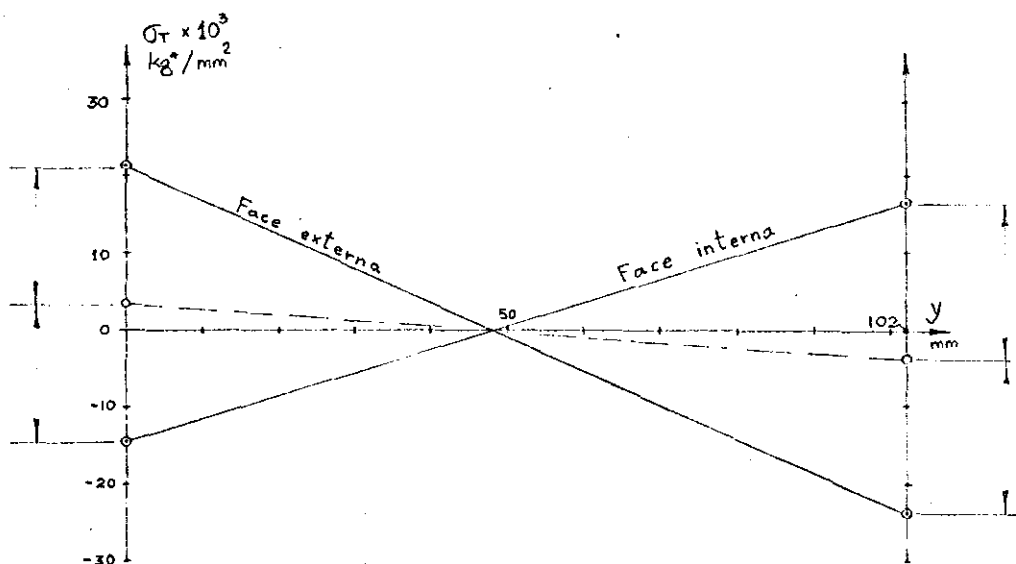


Fig. 4.14  
Tensões transversais no elemento 3

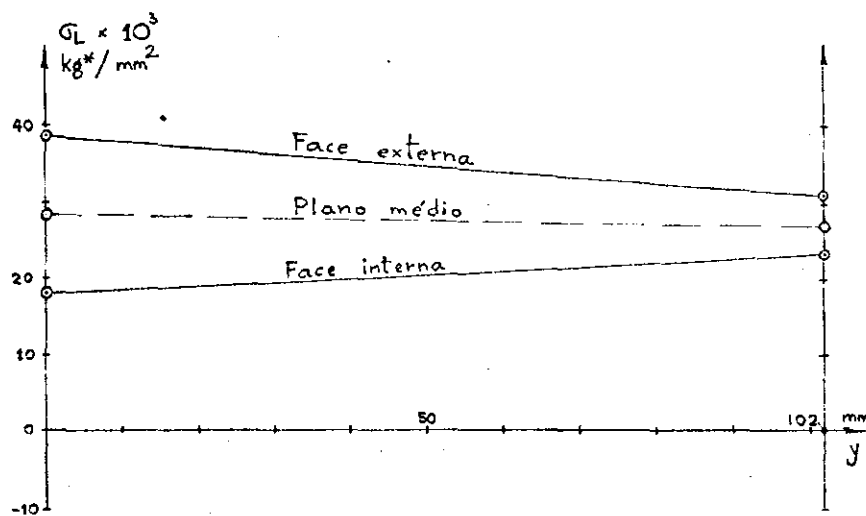


Fig. 4.15  
Tensões longitudinais no elemento 3

Para o cálculo dos momentos transversais nas bordas, supôs-se que as faces internas teriam tensões iguais às externas (figura 4.16). Para o cálculo das tensões normais longitudinais, supôs-se que elas coincidiam com as tensões  $\sigma_L$  determinadas nas faces externas (figura 4.17).

#### 4. 4. Conclusão

Pela simples inspeção dos diagramas obtidos, vemos que não se chegou a um bom equilíbrio dos esforços nas juntas. No Capítulo VII serão apresentados os mesmos esforços calculados por meio de computador digital.

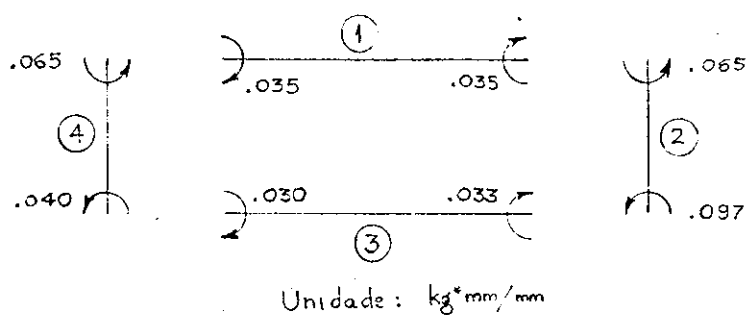


Fig. 4.16

Esforços por unidade de comprimento  
no plano transversal

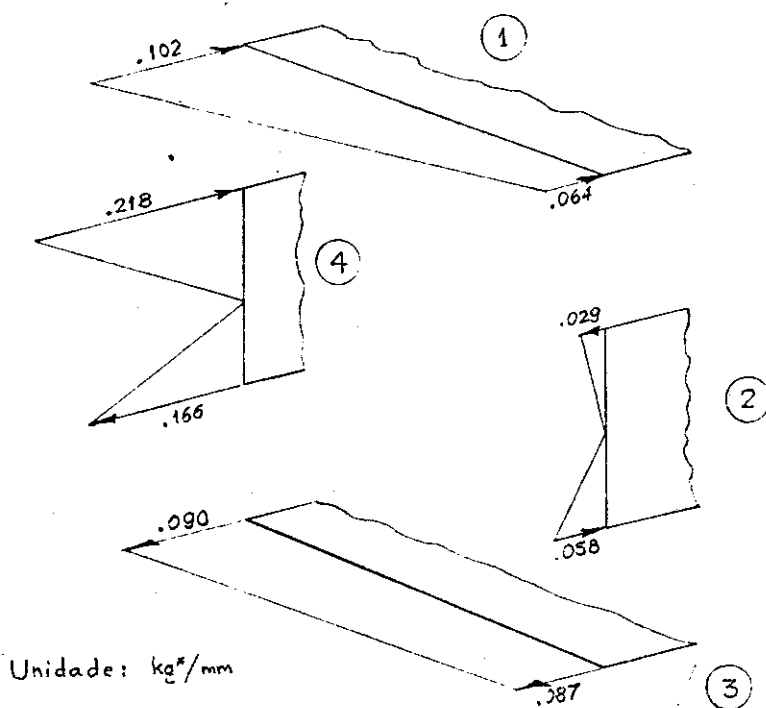


Fig. 4.17

Esforços normais longitudinais



## C A P Í T U L O V

### Método Teórico

#### 5. 1. Conceituação do método

Para a solução analítica da estrutura foi utilizado o método dos deslocamentos. Em notação matricial, este método permite adaptar-se para as E.P.L., por meio de uma generalização simples, a sistemática de solução das estruturas de barras, apresentada no livro de J. M. GERE e W. WEAVER<sup>8</sup>.

Para as estruturas de barras, pode-se montar a matriz de rigidez global da estrutura pela superposição conveniente das matrizes de rigidez de cada elemento (barra). A matriz de rigidez do elemento é obtida imaginando-se a aplicação de deslocamentos unitários a cada extremo da barra e calculando-se os esforços correspondentes em seus dois extremos.

As E.P.L. têm como elementos placas retangulares apoiadas nos diafragmas. As juntas serão portanto segmentos de retas entre os dois diafragmas.

Como a junta deformada poderá assumir uma configuração qualquer, torna-se conveniente exprimir os deslocamentos de seus pontos por uma série de Fourier para cada direção de deslocamento considerada.

Escolhe-se para deslocamento "unitário" em cada direção uma função circular que possa satisfazer as condi-

ções de deslocamento impostas nos diafragmas. Cada tipo de carregamento externo aplicado às juntas será expresso por uma série de Fourier. Assim, tomando-se um harmônico de ordem  $n$  dêsse carregamento, os deslocamentos resultantes terão essa mesma ordem de harmônico. Então, para cada harmônico dos carregamentos aplicados, poderemos construir uma matriz de rigidez do elemento adotando deslocamentos "unitários" da mesma ordem de harmônico. Tendo-se as matrizes de rigidez de cada elemento, e conhecendo-se a posição que cada elemento ocupa na estrutura, monta-se a matriz de rigidez global da estrutura para cada harmônico. Haverá então, para cada harmônico da carga externa, uma matriz de rigidez correspondente para a estrutura.

A inversão das matrizes assim formadas, uma por harmônico, permite obter-se, para cada direção de deslocamento das juntas, um termo da série de Fourier que dará o deslocamento nessa direção.

Para que seja possível a solução pelo método apresentado, é necessário considerar cada elemento (placa) como simplesmente apoiado nos extremos correspondentes aos diafragmas e livre de se mover na direção normal a êles. Isto nos obriga a ter diafragmas infinitamente rígidos em seu próprio plano e perfeitamente flexíveis na direção normal. Como não pode existir nenhum diafragma real que se aproxime dessas condições, é de se esperar que o presente método de análise

conduza a erros nas vizinhanças dos diafragmas.

## 5. 2. Desenvolvimento

### 5. 2. 1. Sistemas de coordenadas

Cada junta possui quatro graus de liberdade, permitindo dois deslocamentos num plano paralelo ao plano dos diafragmas, um deslocamento normal ao referido plano e uma rotação em torno do eixo da junta. Os quatro esforços correspondentes a esses deslocamentos, serão três forças e um momento distribuídos ao longo das juntas.

Os esforços e deslocamentos nas juntas serão expressos em um sistema de coordenadas fixo em relação à estrutura, que será chamado de sistema de eixos da estrutura. O sentido considerado positivo dos quatro esforços e deslocamentos correspondentes está indicado na figura 5.1.

Como é pouco prático analisar um elemento qualquer sob esforços e deslocamentos referidos aos eixos da estrutura, adota-se para cada elemento um sistema de eixos próprios, que será chamado de sistema de eixos do elemento. Cada elemento será analisado através de quatro direções de esforços e deslocamentos por borda, cujos sentidos considerados positivos estão indicados na figura 5.2.

Na presente exposição, os deslocamentos e esforços nas juntas serão representados pelas letras maiúsculas D e A, respectivamente, com um índice representativo da direção. Para os deslocamentos e esforços nas bordas do elemento

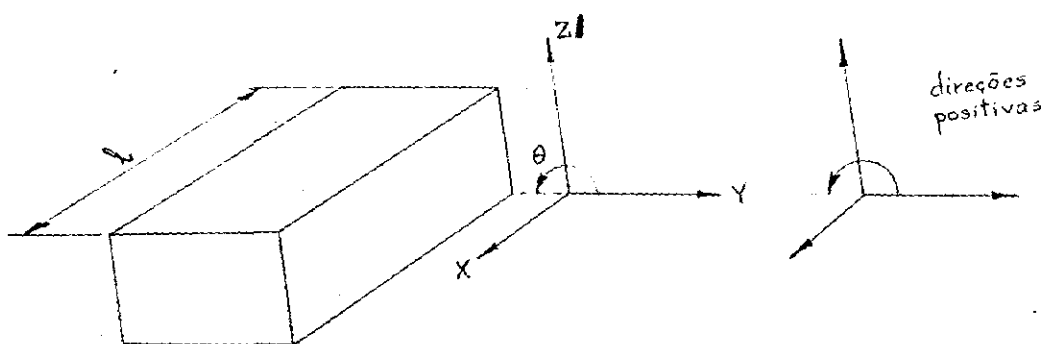


Fig. 5.1  
Convenções para a estrutura

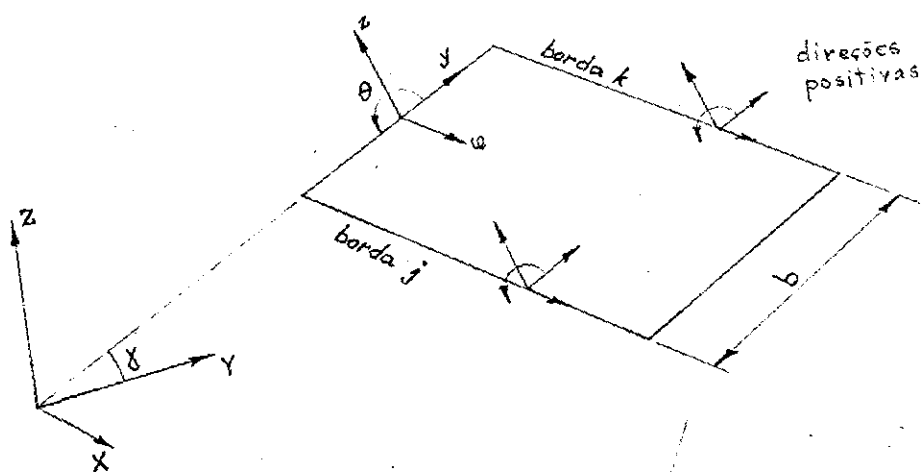


Fig. 5.2  
Convenções para os elementos

usaremos as minúsculas d e a.

Os esforços e deslocamentos na borda j do elemento (figura 5.2.) serão:

Fôrça  $\alpha_1$  por unidade de comprimento e deslocamento  $d_1$ , na direção  $x$

Fôrça  $\alpha_2$  por unidade de comprimento e deslocamento  $d_2$ , na direção  $y$

Fôrça  $\alpha_3$  por unidade de comprimento e deslocamento  $d_3$ , na direção  $z$

Momento  $\alpha_4$  por unidade de comprimento e rotação  $d_4$ , na direção  $\theta$

Para a borda k, os esforços e deslocamentos correspondentes serão, na mesma ordem:

$\alpha_5$  e  $d_5$

$\alpha_6$  e  $d_6$

$\alpha_7$  e  $d_7$

$\alpha_8$  e  $d_8$

### 5. 2. 2. Formulação matricial do método

Para que seja possível a aplicação do método dos deslocamentos às E.P.L., é preciso que os esforços e deslocamentos  $\alpha_1$  e  $d_1$ ,  $\alpha_5$  e  $d_5$ ,  $\alpha_4$  e  $D_4$ , e  $\alpha_5$  e  $D_5$  sejam expressos por séries de Fourier em cossenos. Os esforços e deslocamentos restantes deverão ser expressos por séries de senos.

Para um deslocamento na direção i de uma borda

do elemento  $\underline{m}$ , teremos o seguinte desenvolvimento em série de Fourier:

$$d_i = \sum \bar{d}_{i,n} \text{trig}_i n\pi e / \ell$$

onde  $\bar{d}_{i,n}$  representa a amplitude do harmônico  $\underline{n}$  na direção  $\underline{i}$  e  $\text{trig}_i$  vem a ser, dependendo da direção do deslocamento considerado, a função cosseno (direções 1 e 5) ou a função seno (direções 2, 3, 4, 6, 7 e 8).

A figura 5.3 ilustra, para o harmônico  $n=1$ , o aspecto dos deslocamentos impostos à borda  $\underline{k}$  de um elemento.

Em notação matricial, será adotada a seguinte nomenclatura:

$\begin{bmatrix} d \end{bmatrix}$  - matriz coluna dos oito deslocamentos nas bordas do elemento, referidos ao sistema de eixos do elemento.

$\begin{bmatrix} a \end{bmatrix}$  - matriz coluna dos oito esforços nas bordas do elemento, referidos aos eixos do elemento.

$\begin{bmatrix} D \end{bmatrix}$  - matriz coluna dos oito deslocamentos nas juntas da estrutura, referidos aos eixos da estrutura.

$\begin{bmatrix} A \end{bmatrix}$  - matriz coluna dos oito esforços nas juntas, referidos aos eixos da estrutura.

Os oito deslocamentos das bordas de um elemento  $\underline{m}$ , para um harmônico genérico  $\underline{n}$ , podem ser expressos por

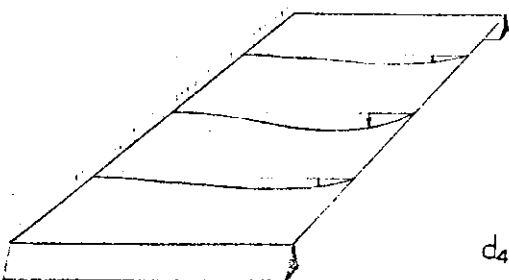
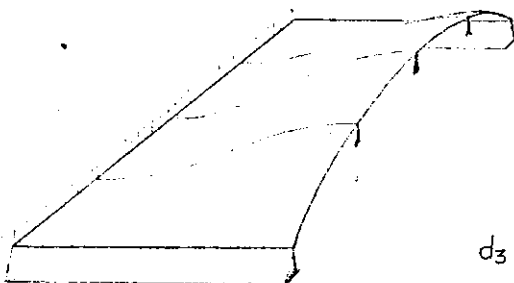
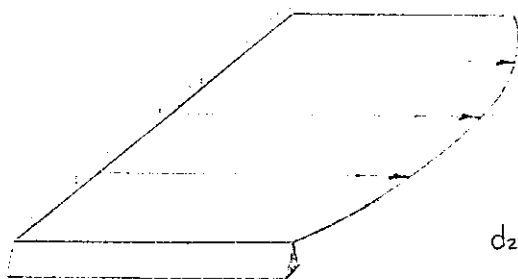


Fig. 5.3  
Deslocamentos  
das bordas de  
um elemento  
para  $n=1$

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \bar{d}_4 \\ d_5 \\ d_6 \\ d_7 \\ d_8 \end{bmatrix}_m = \begin{bmatrix} \bar{d}_1 \cos n\pi u/l \\ \bar{d}_2 \sin n\pi u/l \\ \bar{d}_3 \sin n\pi u/l \\ \bar{d}_4 \sin n\pi u/l \\ \bar{d}_5 \cos n\pi u/l \\ \bar{d}_6 \sin n\pi u/l \\ \bar{d}_7 \sin n\pi u/l \\ \bar{d}_8 \sin n\pi u/l \end{bmatrix}_m \quad (5.1)$$

no sistema de eixos do elemento.

Analogamente, para os esforços nas bordas do elemento, teremos

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix}_m = \begin{bmatrix} \bar{a}_1 \cos n\pi u/l \\ \bar{a}_2 \sin n\pi u/l \\ \bar{a}_3 \sin n\pi u/l \\ \bar{a}_4 \sin n\pi u/l \\ \bar{a}_5 \cos n\pi u/l \\ \bar{a}_6 \sin n\pi u/l \\ \bar{a}_7 \sin n\pi u/l \\ \bar{a}_8 \sin n\pi u/l \end{bmatrix}_m \quad (5.2)$$

no sistema de eixos do elemento.

Sendo  $\gamma$  o ângulo entre o plano do elemento (placa) e o plano XY dos eixos da estrutura, podemos exprimir os esforços e deslocamentos de um elemento em relação aos eixos da estrutura por

$$[d] = \sum_m [d]_m = [R][D] = [R] \sum_m [D]_m \quad (5.3)$$



$$[a] = \sum_m [a]_m = [R][A] = [R] \sum_m [A]_m \quad (5.4)$$

onde  $[R]$  é a matriz ortogonal de transformação de coordenadas

$$[R] = \begin{bmatrix} [r] & [o] \\ [o] & [r] \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

sendo

$$[r] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \text{sen } \gamma & 0 \\ 0 & -\text{sen } \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Empregando (5.3) e (5.4), chegamos a

$$[\text{trig}]_m [\bar{d}]_m = [\text{trig}]_m [R] [\bar{D}]_m \quad (5.7)$$

$$[\text{trig}]_m [\bar{a}]_m = [\text{trig}]_m [R] [\bar{A}]_m \quad (5.8)$$

onde  $[\text{trig}]_m$  é a matriz diagonal contendo o termo  $\cos m\pi u/l$  nas 1ª e 5ª linhas e o termo  $\text{sen } m\pi u/l$  nas 6 linhas restantes.

Concluimos então que

$$[\bar{d}]_m = [R] [\bar{D}]_m \quad (5.9)$$

$$[\bar{a}]_m = [R] [\bar{A}]_m \quad (5.10)$$

Logo, os esforços e deslocamentos podem ser caracterizados por suas amplitudes nas operações matriciais.

Para cada harmônico considerado existe uma matriz  $[s]_m$  de rigidez do elemento, de tal modo que

$$[\bar{a}]_m = [s]_m [\bar{d}]_m \quad (5.11)$$

Introduzindo (5.9) e (5.10) em (5.11), vem

$$[R][\bar{A}]_m = [s]_m [R][\bar{D}]_m \quad (5.12)$$

Como  $[R]$  é uma matriz ortogonal, sua inversa  $[R]^{-1}$  e sua transposta  $[R]'$  são iguais. Podemos escrever

$$[\bar{A}]_m = [R]'[s]_m [R][\bar{D}]_m = [S_m][\bar{D}]_m \quad (5.13)$$

onde

$$[S_m] = [R]'[s]_m [R] \quad (5.14)$$

é a matriz de rigidez do elemento  $m$  referida aos eixos da estrutura, correspondente ao harmônico de ordem  $n$ .

A superposição das matrizes de rigidez  $[S_m]_m$  de todos os elementos, levando em conta a posição que cada elemento ocupa na estrutura, nos dá a matriz  $[S]_n$  de rigidez da estrutura. A ordem dessa matriz será igual a quatro vezes o número de juntas. As bordas livres que porventura existam, são também contadas como juntas.

A superposição que leva à matriz de rigidez da estrutura, pode ser esquematizada da seguinte maneira:

Suponhamos um elemento qualquer  $m$  cujas bordas

coincidam com as juntas da estrutura numeradas arbitrariamente de  $p$  e  $q$ . Sejam os oito esforços possíveis (quatro por junta) aplicados às juntas  $p$  e  $q$ , designados pela matriz

$$[\bar{A}_{pq}]_m = \begin{bmatrix} [\bar{A}_p] \\ [\bar{A}_q] \end{bmatrix}_m \quad (5.15)$$

Os deslocamentos correspondentes serão dados por

$$[\bar{D}_{pq}]_m = \begin{bmatrix} [\bar{D}_p] \\ [\bar{D}_q] \end{bmatrix}_m \quad (5.16)$$

A matriz de rigidez do elemento  $m$ , em coordenadas da estrutura, será

$$[S_m]_m = \begin{bmatrix} [S_{mp}] & [S_{mq}] \\ [S_{mq}] & [S_{qp}] \end{bmatrix}_m \quad (5.17)$$

Devemos ter sempre para o elemento

$$[\bar{A}_{pq}]_m = [S_m]_m [\bar{D}_{pq}]_m \quad (5.18)$$

Na montagem da matriz de rigidez da estrutura, portanto, os componentes de  $[S_m]_m$  deverão ocupar posições que correspondam às oito direções de deslocamentos possíveis para  $p$  e  $q$ , de acordo com o esquema

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ [\bar{A}_p] \\ \vdots \\ [\bar{A}_q] \\ \vdots \end{bmatrix}_m = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & [S_{mp}] & [S_{mq}] & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & [S_{qp}] & [S_{qq}] & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ [\bar{D}_p] \\ \vdots \\ [\bar{D}_q] \\ \vdots \end{bmatrix}_m \quad (5.19)$$

ou seja, para a estrutura completa podemos escrever

$$[\bar{A}]_m = [S]_m [\bar{D}]_m \quad (5.20)$$

onde  $[\bar{A}]_m$  e  $[\bar{D}]_m$  são agora, respectivamente, as amplitudes dos esforços e deslocamentos para todas as juntas da estrutura.

Pela inversão da matriz de rigidez da estrutura poderemos então obter os deslocamentos provocados pelos esforços aplicados nas juntas

$$[\bar{D}]_m = [S]_m^{-1} [\bar{A}]_m \quad (5.21)$$

Para se obter os esforços que atuam sobre as bordas de cada elemento, basta lembrar que

$$[\bar{\alpha}]_m = [s]_m [\bar{d}]_m = [s]_m [R] [\bar{D}]_m \quad (5.22)$$

### 5. 2. 3. Matriz de rigidez do elemento

Os coeficientes da matriz de rigidez do elemento empregados no presente trabalho, serão baseados no método

exato para E.P.L., onde são feitas as seguintes suposições para os elementos:

a) as tensões e deslocamentos em cada placa, devidos a esforços normais a seu plano, são determinados pela teoria clássica das placas finas;

b) as tensões e deslocamentos em cada placa, devidos a esforços no seu próprio plano, são determinados pela teoria da elasticidade, resolvendo-se o problema de estado plano de tensões.

Baseados nessas suposições, GOLDBERG e LEVE<sup>2</sup> deduziram as equações que relacionam os oito esforços nas bordas de um elemento aos oito deslocamentos correspondentes. Isso nos permite escrever para o elemento:

$$\begin{bmatrix} \bar{a}_1 \\ \bar{a}_2 \\ \bar{a}_3 \\ \bar{a}_4 \\ \bar{a}_5 \\ \bar{a}_6 \\ \bar{a}_7 \\ \bar{a}_8 \end{bmatrix}_m = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & S_{15} & S_{16} & 0 & 0 \\ & S_{22} & 0 & 0 & S_{25} & S_{26} & 0 & 0 \\ & & S_{33} & S_{34} & 0 & 0 & S_{37} & S_{38} \\ & & & S_{44} & 0 & 0 & S_{47} & S_{48} \\ & & & & S_{55} & S_{56} & 0 & 0 \\ & \text{Simétrica} & & & & S_{66} & 0 & 0 \\ & & & & & & S_{77} & S_{78} \\ & & & & & & & S_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{d}_1 \\ \bar{d}_2 \\ \bar{d}_3 \\ \bar{d}_4 \\ \bar{d}_5 \\ \bar{d}_6 \\ \bar{d}_7 \\ \bar{d}_8 \end{bmatrix}_m$$

Para a convenção de sinais adotada neste trabalho, os coeficientes da matriz  $[S]_m$  são:

$$S_{11} = K_1 f_n \left( -\frac{Sh^2}{f_4} + \frac{Ch^2}{f_3} \right) = S_{55}$$

$$S_{12} = -K_1 f_n \left( \frac{Sh.Ch}{f_4} - \frac{Sh.Ch}{f_3} + 1 + \nu \right) = -S_{56}$$

$$S_{15} = -K_1 f_n \left( \frac{Sh^2}{f_4} + \frac{Ch^2}{f_3} \right)$$

$$S_{22} = K_1 f_n \left( -\frac{Ch^2}{f_4} + \frac{Sh^2}{f_3} \right) = S_{66}$$

$$S_{25} = -K_1 f_n \left( \frac{Sh.Ch}{f_4} + \frac{Sh.Ch}{f_3} \right) = -S_{16}$$

$$S_{26} = K_1 f_n \left( \frac{Ch^2}{f_4} + \frac{Sh^2}{f_3} \right)$$

$$S_{33} = K_2 f_n^3 \left( \frac{Sh^2}{f_1} - \frac{Ch^2}{f_2} \right) = S_{77}$$

$$S_{34} = K_2 f_n^2 \left( \frac{Sh.Ch}{f_1} - \frac{Sh.Ch}{f_2} - 1 + \nu \right) = -S_{78}$$

$$S_{37} = K_2 f_n^3 \left( \frac{Sh^2}{f_1} + \frac{Ch^2}{f_2} \right)$$

$$S_{44} = K_2 f_n \left( \frac{Ch^2}{f_1} - \frac{Sh^2}{f_2} \right) = S_{99}$$

$$S_{47} = K_2 f_n^2 \left( \frac{Sh.Ch}{f_1} + \frac{Sh.Ch}{f_2} \right) = -S_{39}$$

$$S_{48} = -K_2 f_n \left( \frac{Ch^2}{f_1} + \frac{Sh^2}{f_2} \right)$$

onde:

$$K_1 = \frac{Eh}{(1+\nu)^2}$$

$$K_2 = \frac{Eh^3}{12(1-\nu)^2}$$

$$\text{Sh} = \sinh \alpha$$

$$\text{Ch} = \cosh \alpha$$

$$\alpha = \frac{n\pi b}{2l}$$

$$f_n = \frac{n\pi}{l}$$

$$f_1 = \alpha + \text{Sh} \cdot \text{Ch}$$

$$f_2 = \alpha - \text{Sh} \cdot \text{Ch}$$

$$f_3 = \alpha + \left( \frac{3-\nu}{1+\nu} \right) \text{Sh} \cdot \text{Ch}$$

$$f_4 = \alpha - \left( \frac{3-\nu}{1+\nu} \right) \text{Sh} \cdot \text{Ch}$$

Em tempo, devemos observar que a forma dos deslocamentos admitidos para as E.P.L. (envolvendo funções seno e cosseno), faz com que tenhamos pontos fixos em relação aos eixos da estrutura. Com isso, fica impedido o deslocamento da estrutura como corpo rígido. Logo, a matriz de rigidez já é obtida sob a forma reduzida.

## C A P Í T U L O   V I

### Programa para Computador Digital

#### 6. 1.      Descrição do programa

Foi elaborado um programa para a solução de E.P.L. em um computador IBM 1130. A seqüência de programação procurou seguir um dos roteiros indicados por GERE e WEAVER<sup>8</sup> para estruturas de barras. Como, no nosso caso, somos levados normalmente a uma matriz de rigidez já reduzida (não-singular), e as juntas são tôdas consideradas do mesmo tipo, o trabalho fica facilitado. A matriz a inverter terá sempre uma ordem igual a quatro vêzes o número de juntas. A generalidade do método proposto pelos citados autores, está baseada na engenhosa maneira de designar as juntas e elementos. Em poucas palavras, consiste no seguinte:

Numeram-se as juntas numa ordem arbitrária com números em seqüência de 1. Seja J o número de uma junta qualquer. Os quatro deslocamentos dessa junta serão numerados de acôrdo com as expressões

$$D1(J) \rightarrow 4 \times J - 3$$

$$D2(J) \rightarrow 4 \times J - 2$$

$$D3(J) \rightarrow 4 \times J - 1$$

$$D4(J) \rightarrow 4 \times J$$

Assim, o conjunto dos deslocamentos possíveis da estrutura ficará numerado seguidamente de 1 até o número



de graus de liberdade.

Analogamente, numeram-se os elementos numa ordem qualquer. Seja  $M$  o número de um dado elemento cujas bordas coincidam com as juntas numeradas de  $J$  e  $K$ , por exemplo. Então, no sistema de eixos da estrutura, os deslocamentos das bordas do elemento ficarão como indica a figura 6.1. Como para cada elemento pode-se obter sua inclinação relativa aos eixos da estrutura, e tem-se os números das juntas que o limitam, torna-se fácil estabelecer a correspondência entre os deslocamentos das juntas e os deslocamentos das bordas do elemento, referidos aos eixos do elemento.

O programa pode então seguir, em linhas gerais, a seqüência das operações matriciais expostas no capítulo V. A figura 6.2 mostra um diagrama de blocos com as partes principais da programação.

## 6. 2. Verificação do programa

A fim de conferir o programa, foi resolvida uma estrutura do tipo "folded plate" já analisada na referência 4, tendo-se obtido uma concordância bastante boa. Foram também resolvidos casos de vigas compostas de placas, e verificada a concordância aproximada com os resultados obtidos pela Resistência dos Materiais.

## 6. 3. Recursos e limitações do programa

O programa descrito permite resolver E.P.L. simplesmente apoiadas em dois diafragmas extremos, e constitu

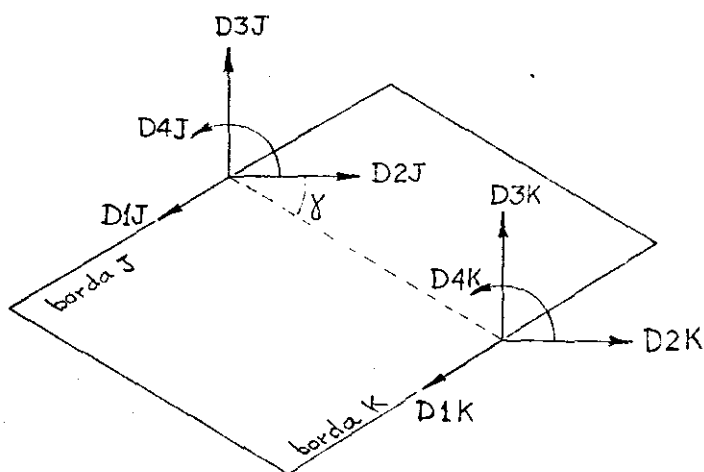


Fig. 6.1

Deslocamentos em relação aos eixos da estrutura

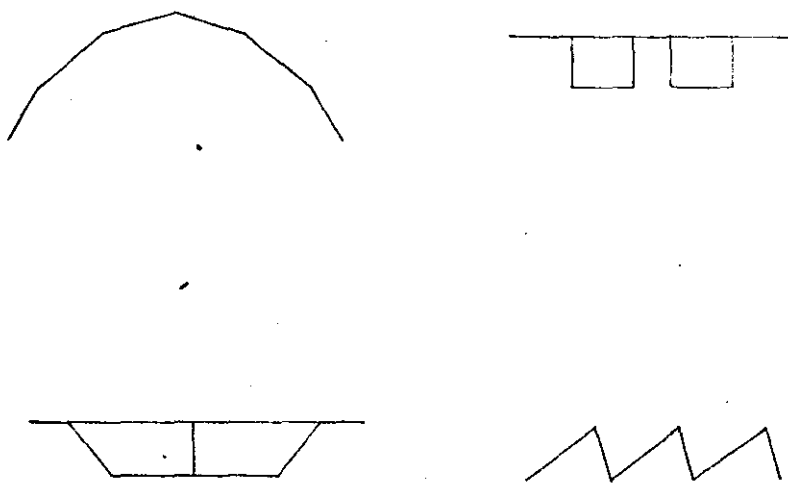
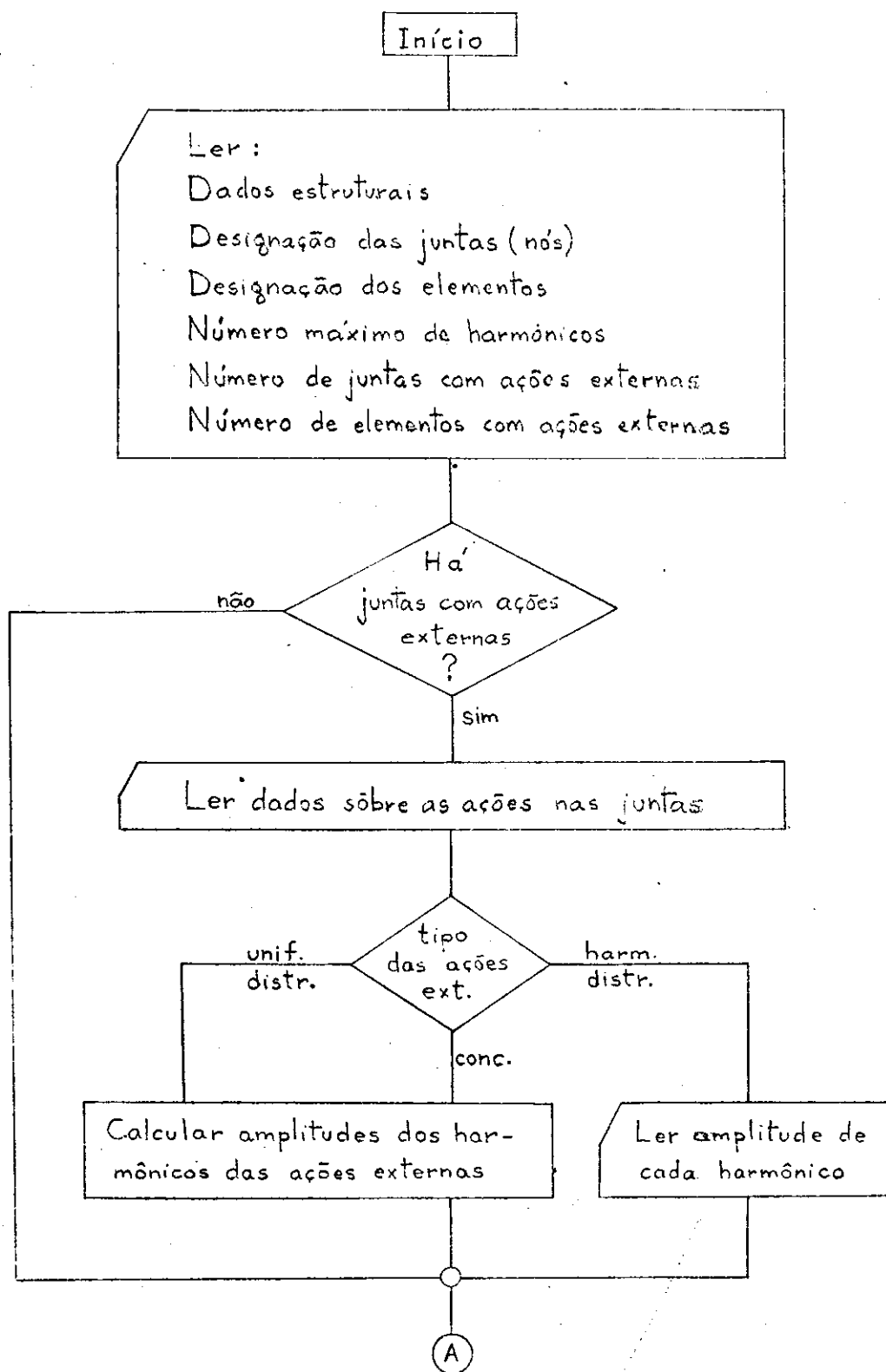


Fig. 6.3

Exemplos de aplicação do programa

## Diagrama de blocos

Fig. 6.2  
(continua)

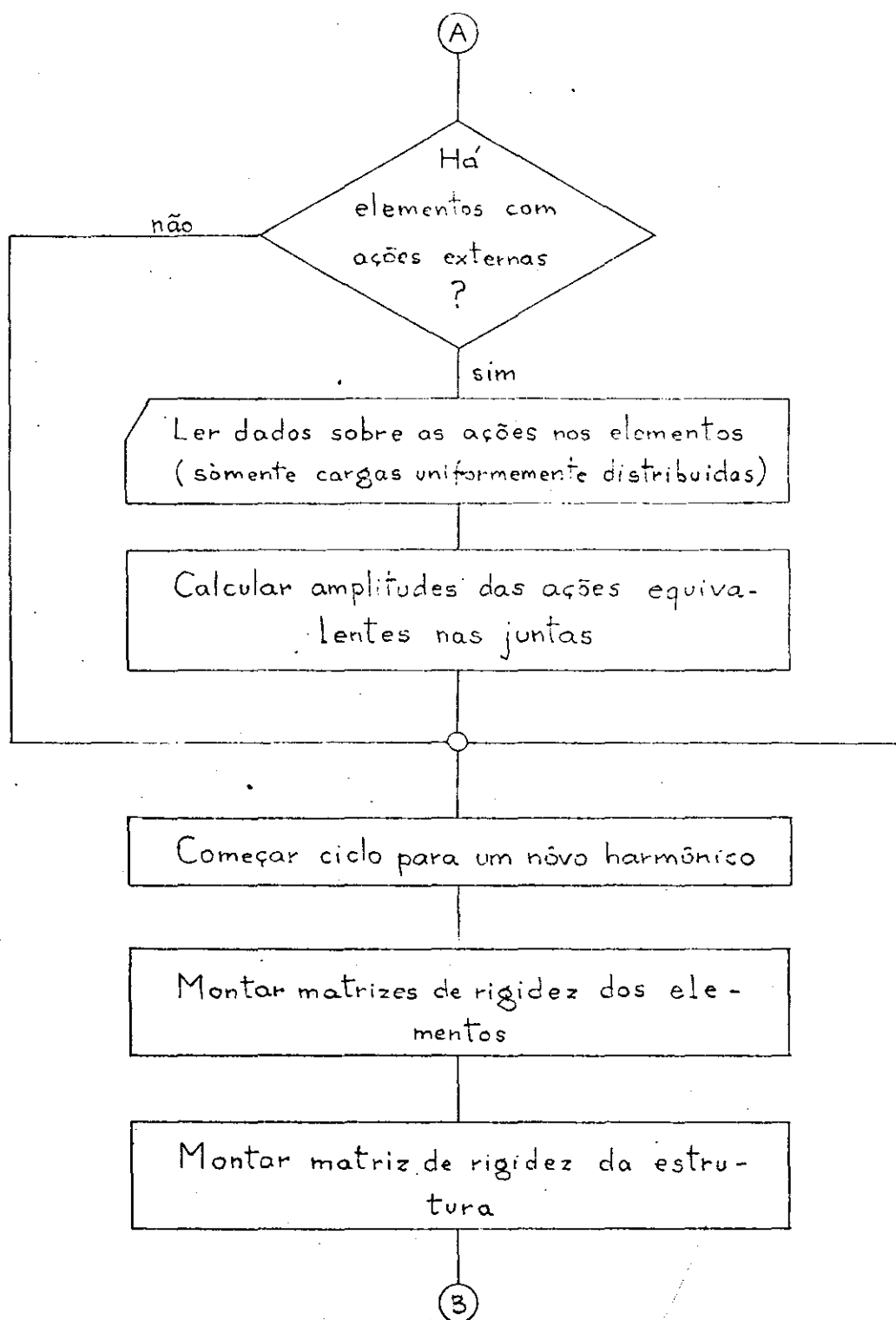


Fig. 6.2  
(continuação I)

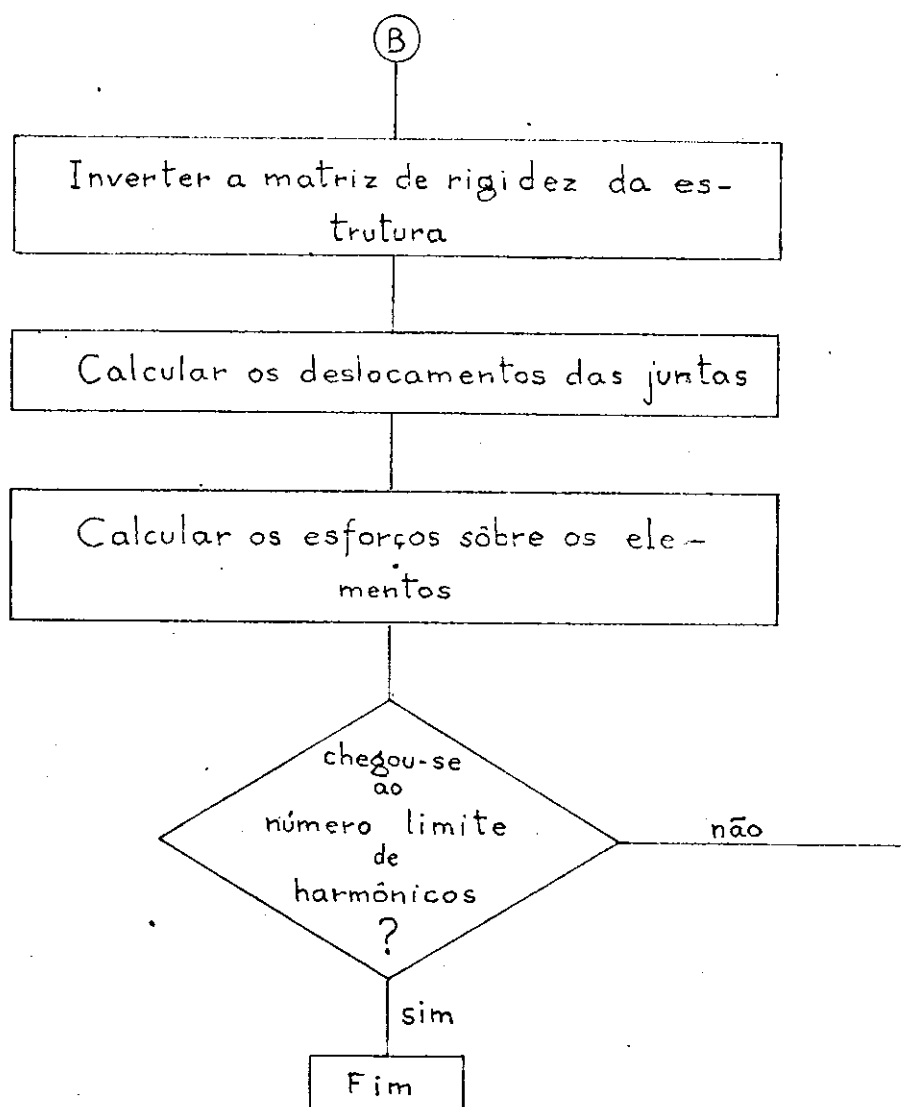


Fig. 6.2  
(continuação II)

idas por placas retangulares finas, cujas espessuras podem variar de um elemento para outro. As estruturas podem ser abertas ou fechadas, admitindo-se o encontro de mais de dois elementos numa mesma junta. O número máximo de juntas foi fixado em 14, para computador com 32 K de memória. O módulo de elasticidade é o mesmo para todos os elementos. Nos casos de ações externas aplicadas às juntas, dos tipos carga concentrada e carga uniformemente distribuída, o programa calcula automaticamente as amplitudes dos termos da série de Fourier. Para outros tipos de ações, é necessário fornecer-se as amplitudes de cada harmônico. No caso de carga uniformemente distribuída sobre a superfície de um elemento, o programa calcula automaticamente as ações equivalentes sobre as juntas e as trata como cargas aplicadas às juntas.

Para aumentar a variedade de casos de carga admissíveis, pode-se adotar o recurso de intercalar juntas fictícias entre as já existentes. Assim, por exemplo, pode-se aplicar uma carga concentrada num ponto qualquer da superfície de um elemento.

A figura 6.3 mostra alguns exemplos de estruturas que podem ser analisadas pelo programa apresentado.

O programa fornece os seguintes resultados:

- Na secção  $X = 0$ , os deslocamentos longitudinais das juntas  $Dl(J)$  e os esforços também longitudinais ( $\alpha_1$  e  $\alpha_5$ ) nas bordas de cada elemento.

- Na secção a meio vão, os deslocamentos horizontais  $D2(J)$ , verticais  $D3(J)$  e rotações  $D4(J)$  nas juntas e os esforços normais transversais (  $Q_2$  e  $Q_6$  ), cortantes (  $Q_3$  e  $Q_7$  ) e momentos (  $Q_4$  e  $Q_8$  ) nas bordas de cada elemento. Ainda para essa secção, computam-se os esforços normais longitudinais em três pontos de cada elemento.

Os resultados são impressos cumulativamente para cada harmônico considerado, o que permite avaliar sua convergência.

As figuras 6.4, 6.5, 6.6 e 6.7 ilustram os principais resultados da solução de um exemplo típico (viga-caixa correspondente ao modelo experimental). Esses resultados são apresentados no Apêndice A.

Deve-se observar, quanto ao uso do programa, certo cuidado na escolha das unidades empregadas. Por exemplo, o módulo de elasticidade representado por um número muito grande ou muito pequeno, poderá levar a alguns resultados inesperados.

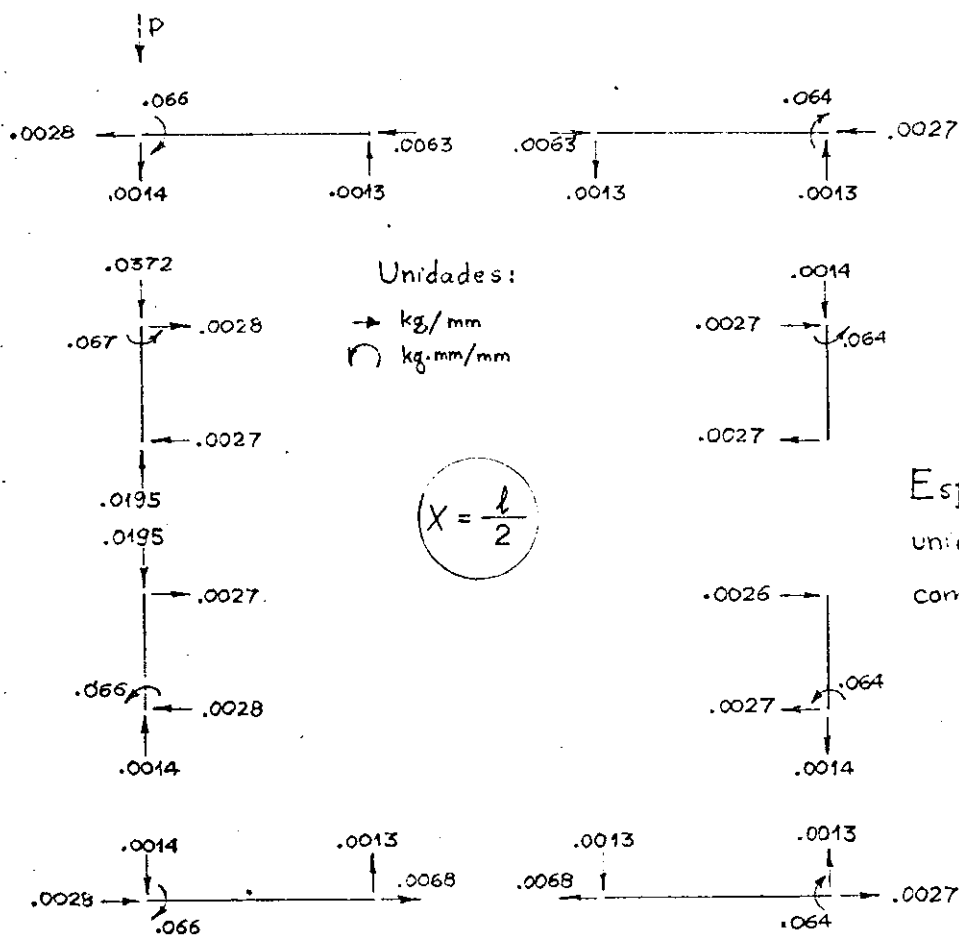


Fig. 6.4  
Esforços por unidade de comprimento

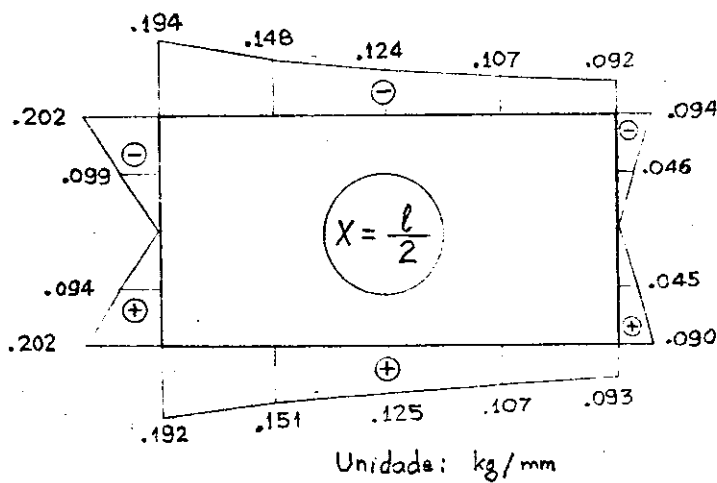


Fig. 6.5  
Esforços normais longitudinais



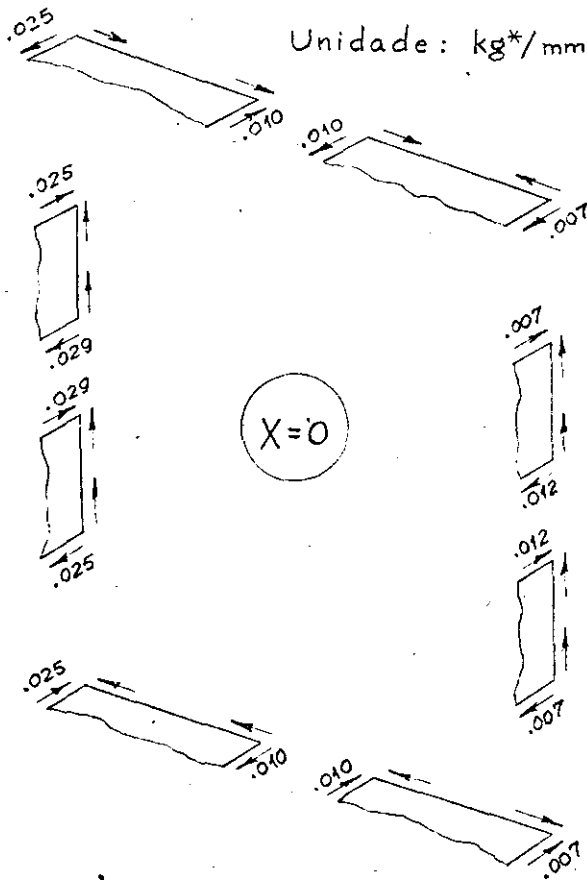


Fig. 6.6  
Tensões tangenciais.

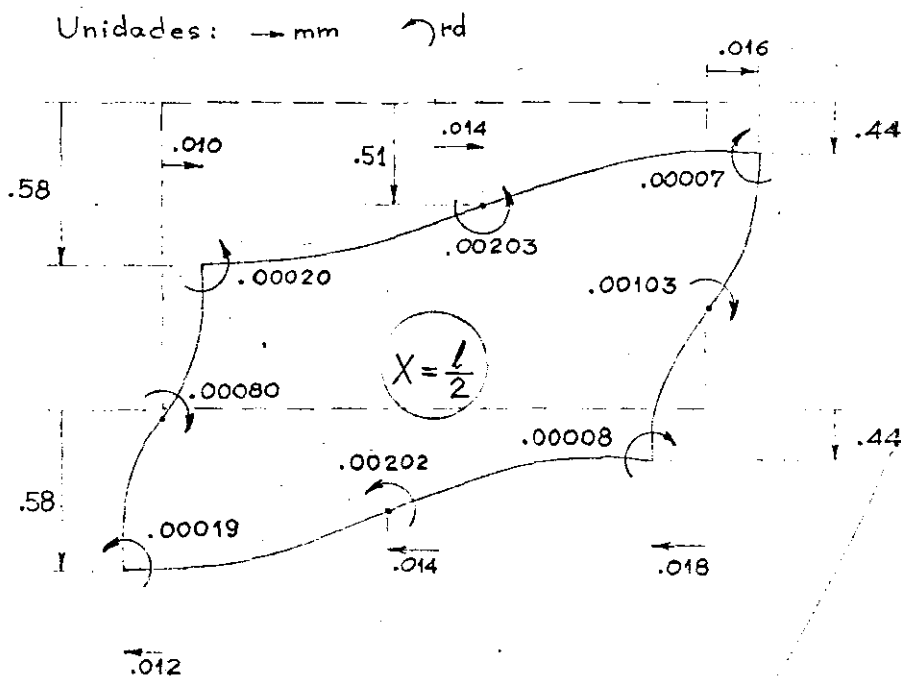


Fig. 6.7  
Deslocamentos das juntas.

## C A P Í T U L O   V I I

### Comparação de resultados

O programa descrito no capítulo anterior foi empregado na solução do problema estrutural constituído pelo 3º modelo de estrutura descrito no Capítulo III. Foram introduzidas quatro juntas fictícias (uma no meio de cada elemento), para aumentar a quantidade de informações a serem obtidas.

Para efeito de comparação dos resultados computados com aqueles obtidos experimentalmente, é mostrada a figura 7.1, que expõe os esforços calculados por meio do programa. Esses resultados referem-se à secção  $X = 352$  mm, e foram calculados a partir das amplitudes dos esforços obtidos para cada harmônico.

Podemos assim fazer o confronto entre as figuras 4.16 e 4.17 e a figura 7.1. Observamos que há uma grande discrepância entre os resultados experimentais e os calculados, principalmente para as paredes, das quais se obteve menos dados nas experiências.

Comparando agora as deflexões das juntas inferiores na secção média, vemos que a concordância foi melhor. O valor computado para a junta do lado da carga foi de 0,54 mm, e, para a outra junta, foi de 0,41 mm. Esses valores podem ser comparados com os da figura 4.8, que são, respectivamente,

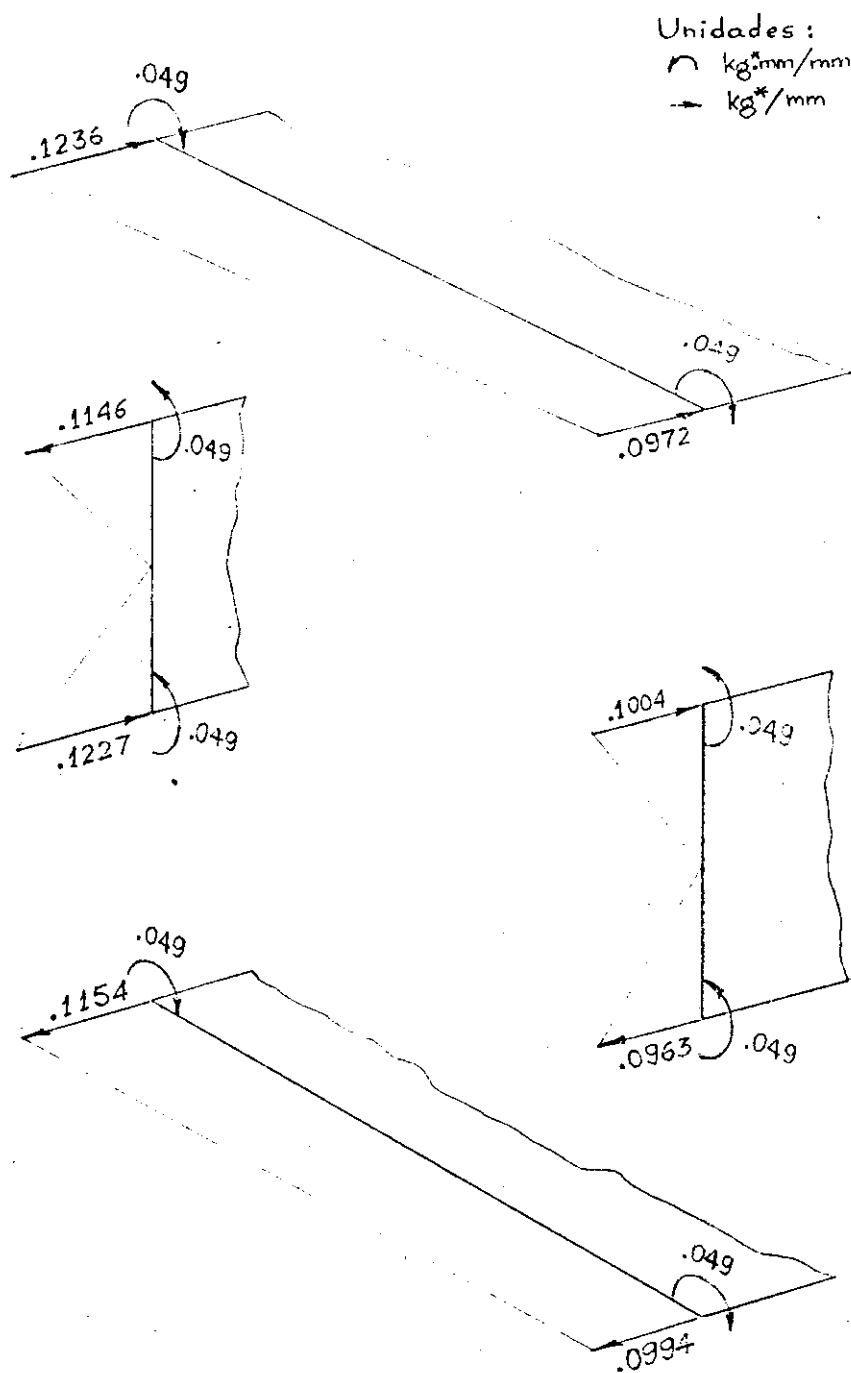


Fig. 7.1  
 Esforços por unidade de comprimento  
 na secção  $X = 352 \text{ mm}$

0,54 mm e 0,37 mm.

Como os esforços no modelo experimental foram calculados com base nos alongamentos medidos pelos tensômetros de contato, e as deflexões verticais foram obtidas por meio de um catetômetro, concluimos que a técnica empregada na medição dos alongamentos foi imperfeita, sendo a principal responsável pelas grandes discrepâncias observadas.

## C A P Í T U L O   V I I I

### Conclusões e recomendações

O estudo de estruturas por meio de modelos reduzidos exige que tôdas as etapas do método experimental adotado sejam executadas com a maior precisão possível, sem o que os resultados obtidos podem perder sua significação. Assim, por exemplo, pequenos erros na geometria e na montagem do modelo, e variações na temperatura e no teor de umidade do ambiente, exercem uma influência apreciável sôbre as determinações experimentais. Também, mais particularmente para o caso do presente trabalho, o modo de emprêgo dos tensômetros de contato exige um grau maior de aprimoramento.

Quanto ao estudo por via analítica, concluímos que o método dos deslocamentos aplicado à solução de estruturas prismáticas laminares é perfeitamente adaptável à programação para computador digital. Pode ser analisada uma combinação qualquer de ações externas aplicadas às juntas e aos elementos. Novos casos de carregamento podem ser introduzidos com facilidade num programa existente. A lógica básica do programa independe do tipo de teoria adotada para a determinação dos coeficientes da matriz de rigidez de cada elemento.

Como sugestões para o prosseguimento do trabalho que vem de ser exposto, poderíamos citar alterações no programa elaborado, acrescentando por exemplo, a possibilida-

de se adotar módulos de elasticidade diferentes para cada elemento, juntas com articulações, elementos de espessura variável, ou novos casos de cargas distribuídas sobre os elementos.

Quanto à parte experimental, sugeriríamos um estudo mais detalhado das condições de trabalho dos tensômetros de contato.

# S I M B O L O G I A

- $[A]$  - matriz das ações externas sôbre as juntas.
- $[\bar{A}]_n$  - matriz das amplitudes das ações externas, para o harmônico n.
- $[a]$  - matriz das ações sôbre as bordas dos elementos.
- $[\bar{a}]_n$  - matriz das amplitudes das ações sôbre os elementos, para o harmônico n.
- $b$  - largura do elemento.
- $[D]$  - matriz dos deslocamentos das juntas da estrutura (eixos da estrutura).
- $[\bar{D}]_n$  - matriz das amplitudes dos deslocamentos, para o harmônico n.
- $[d]$  - matriz dos deslocamentos das bordas do elemento (eixos do elemento).
- $[\bar{d}]_n$  - matriz das amplitudes dos deslocamentos das bordas do elemento, para o harmônico n.
- $D1(J), \dots, D4(J)$  - deslocamentos da junta J da estrutura (eixos da estrutura).
- $D1J, \dots, D4J$  - o mesmo que o anterior.
- $D1K, \dots, D4K$  - deslocamentos da junta K da estrutura (eixos da estrutura).
- $E$  - módulo de elasticidade.
- $h$  - espessura do elemento.
- $j$  - borda  $y = -b/2$  do elemento.

$k$  - borda  $y = b/2$  do elemento.

$J, K, p, q$  - designações genéricas de juntas.

$L, l$  - comprimento da estrutura.

$M, m$  - designações genéricas de elementos.

$n$  - número de harmônico.

$[R]$  - matriz de transformação de coordenadas.

$[s]$  - matriz de rigidez do elemento (eixos do elemento).

$[S_m]$  - matriz de rigidez do elemento (eixos da estrutura).

$[S]$  - matriz de rigidez da estrutura.

$X, Y, Z$  - eixos coordenados da estrutura.

$x, y, z$  - eixos coordenados do elemento.

$\gamma$  - ângulo entre  $Oy$  e  $OY$ .

$\epsilon_L$  - alongamentos longitudinais nos elementos.

$\epsilon_T$  - alongamentos transversais nos elementos.

$\epsilon_{45}$  - alongamentos a 45 graus nos elementos.

$\theta$  - rotações em torno do eixo  $OX$ .

$\nu$  - coeficiente de Poisson.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BEVILACQUA, L. - Estruturas Prismáticas Laminadas. Monografia apresentada à E.N.E., Rio de Janeiro, 1965.
2. GOLDBERG, J. E. e LEVE, H. L. - Theory of Prismatic Folded Plate Structures. AIPC, Zurich, nº 87, Vol. 17, 1957.
3. POWELL, G. H. - Comparison of Simplified Theories for Folded Plates. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 91, nº ST6, Dezembro de 1965.
4. DeFRIES-SKENE, A. e SCORDELIS, A. C. - Direct Stiffness Solution for Folded Plates. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 90, nº ST4, Agosto de 1964.
5. SCORDELIS, A. C., CROY, E. L. e STUBBS, I. R. - Experimental and Analytical Study of a Folded Plate. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 87, nº ST8, Dezembro de 1961.
6. CARPENTER, J., MAGURA, D. e HANSON, N. W. - Structural Model Testing - Techniques for Models of Plastic. Journal of the PCA Research and Development Laboratories, Maio de 1964.
7. CARDOSO, E. - Cálculo Experimental de Es-

truturas com Base na Análise de Modelos Reduzidos, Lisboa, 1968.

8. GERE, J. M. e WEAVER, W. - Analysis of Framed Structures, Princeton, Van Nostrand, 1965.

9. GOLDBERG, J. E., GLANZ, W. D. e SETLUR, A. V. - Computer Analysis of Folded Plate Structures. AIPC, Zurich, 7º Congresso, Publicação Preliminar, 1964.

10. KAVETI, S. e KULKARNI, M. - Analysis of Short Span Folded Plates. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 90, nº ST3, 1964.

11. REISS, M. e YITZHAK, M. - Analysis of Short Folded Plate. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 91, nº ST5, Parte 1, 1965.

12. MAST, P. E. - New Method for Exact Analysis of Folded Plates. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 93, nº ST2, 1967.

13. ABDEL-SAMAD, S. R., WRIGHT, R. N. e ROBINSON, A. R. - Analysis of Box Girders with Diaphragms. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 94, nº ST10, 1968.

A P Ê N D I C E "A"

// JOB T 00FF 10FF

P 132028

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	00FF	00FF	0000
0001	10FF	10FF	0002
		2019	0001

V2 M05 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// FOR

THEO F C SILVA

\*ONE WORD INTEGERS

\*LIST SOURCE PROGRAM

\*IOCS(2501READER,1403PRINTER)

```

DIMENSION X(14),Y(14),JJ(18),JK(18),H(18),B(18),CX(18),CY(18),A1(1
18),A2(18),A3(18),A4(18),A5(18),A6(18),A7(18),A8(18),AM1(18),AM2(18
2),AM3(18),AM4(18),AM5(18),AM6(18),AM7(18),AM8(18),ANXI(18),ANXM(18
3),ANXF(18),ANX1(18),ANX2(18),ANX3(18),QAMP3(11,18),QAMP4(11,18),AE
4CV(11,56),A(11,56),AC(11,56)

```

```

DIMENSION SCM11(18),SCM12(18),SCM15(18),SCM22(18),SCM25(18),SCM26(
118),SCM33(18),SCM34(18),SCM37(18),SCM44(18),SCM47(18),SCM48(18),SM
2D(8,8),S(56,56),D(56),D1(14),D2(14),D3(14),D4(14),LN(56),MN(56)

```

C

C

PROGRAMA PARA SOLUCAO DE ESTRUTURAS PRISMATICAS LAMINARES

WRITE (5,10)

10 FORMAT(' ESTRUTURA PRISMATICA LAMINAR')

READ (8,15) M, NJ, E, ANI, COMP

15 FORMAT (2I5,F10.0,F5.2,F8.2)

FNI=(3.-ANI)/(1.+ANI)

F2NI=2.\*ANI/(1.+ANI)

F3NI=(3.+ANI)/(1.+ANI)

F4NI=2./(1.+ANI)

F5NI=(1.-ANI)/(1.+ANI)

N=4\*NJ

WRITE (5,20)

20 FORMAT(' DADOS DA ESTRUTURA'/3X'M'2X'NJ'3X'N'8X'E'6X'NI'3X'COMPR')

WRITE (5,25) M, NJ, N, E, ANI, COMP

25 FORMAT (3I4,F11.0,F6.2,F8.1/)

WRITE (5,30)

30 FORMAT(' COORDENADAS DAS JUNTAS'/' JUNTA'4X'X'6X'Y')

DO 40 J = 1,NJ

READ (8,35) X(J), Y(J)

35 FORMAT (2F10.2)

D1(J)=0.0

D2(J)=0.0

D3(J)=0.0

D4(J)=0.0

40 WRITE (5,45) J, X(J), Y(J)

45 FORMAT(14,F9.1,F7.1/)

WRITE (5,50)

50 FORMAT(' PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS'/' ELEMENTO'2X'JJ'3X'JK'4X'H'5  
1X'B'8X'CX'7X'CY')

DO 65 I = 1,M

READ (8,55) JJ(I), JK(I), H(I)

55 FORMAT(2I4,F6.2)

NJE=JJ(I)

NJD=JK(I)

XCL=X(NJD)-X(NJE)

YCL=Y(NJD)-Y(NJE)

```

B(I)=SQRT(XCL**2+YCL**2)
CX(I)=XCL/B(I)
CY(I)=YCL/B(I)
WRITE (5,60) I, JJ(I), JK(I), H(I), B(I), CX(I), CY(I)
60 FORMAT( 16,17,15,F6.2,F8.3,2F9.5/)
A1(I)=0.0
A2(I)=0.0
A3(I)=0.0
A4(I)=0.0
A5(I)=0.0
A6(I)=0.0
A7(I)=0.0
A8(I)=0.0
ANXI(I)=0.0
ANXM(I)=0.0
ANXF(I)=0.0
ANX1(I)=0.0
ANX2(I)=0.0
ANX3(I)=0.0
AM1(I)=0.0
AM2(I)=0.0
AM3(I)=0.0
AM4(I)=0.0
AM5(I)=0.0
AM6(I)=0.0
AM7(I)=0.0
AM8(I)=0.0
65 CONTINUE
DO 70 KK = 1,11
DO 70 LL = 1,56
A(KK,LL)=0.0
AEQV(KK,LL)=0.0
AC(KK,LL)=0.0
70 CONTINUE
READ (8,75) NNHAR, NLJ, NLM
75 FORMAT(3I4)
NPAR=2
IF (NLJ) 80,185,80
80 WRITE (5,85) NLJ
85 FORMAT(' CARGAS NAS JUNTAS'/2X'NLJ ='I3)
WRITE (5,90)
90 FORMAT(3X'ND'6X'PZERO'2X'P TIPO'2X'DIREC'2X'CARGAS'2X'HARMON'2X'PO
IS CONC')
DO 185 J = 1,NLJ
C LEITURA DE INFORMACOES SOBRE AS CARGAS NAS JUNTAS
READ (8,95) K, PZERO, KAREG, JDIR, NLJK, INDHR, CSIP
95 FORMAT (15,F10.5,4I5,F8.3)
WRITE (5,100) K, PZERO, KAREG, JDIR, NLJK, INDHR, CSIP
100 FORMAT(15,F11.5,16,I8,I7,I8,F11.3)
105 KDIR=4*K-4+JDIR
DO 165 NHAR = 1,NNHAR
IF (KAREG) 110,125,150
C CARREGAMENTOS DADOS SOB FORMA DE HARMONICOS
110 IF (NHAR-INDHR) 165,120,165
120 A(NHAR,KDIR) = A(NHAR,KDIR) + PZERO
GO TO 165
C CARGAS CONCENTRADAS
125 IF (CSIP-0.5) 130,135,130

```

```

130 A(NHAR,KDIR)=A(NHAR,KDIR) + 2.*PZERO*SIN(NHAR*3.1415926*CSIP)/COMP
    NPAR=1
    GO TO 165
135 IF (NHAR-2*(NHAR/2)) 140,165,140
140 A(NHAR,KDIR)=A(NHAR,KDIR) + 2.*PZERO*SIN(NHAR*1.5707963)/COMP
    GO TO 165
C   CARGAS UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDAS
150 IF (NHAR-2*(NHAR/2)) 155,165,155
155 A(NHAR,KDIR)=A(NHAR,KDIR) + 4.*PZERO/(3.1415926*NHAR)
    GO TO 165
165 CONTINUE
    NLJK=NLJK-1
    IF (NLJK) 170,185,170
170 READ (8,175) PZERO, KAREG, JDIR, INDHR, CSIP
175 FORMAT(F10.5,3I5,F8.3)
    WRITE (5,180) PZERO, KAREG, JDIR, INDHR, CSIP
180 FORMAT(F16.5,I6,I8,I15,F11.3)
    GO TO 105
185 CONTINUE
    DO 190 KK = 1,18
    DO 190 LL = 1,11
    QAMP3(LL,KK)=0.0
    QAMP4(LL,KK)=0.0
190 CONTINUE
C   LEITURA DE CARGAS DISTRIBUIDAS SOBRE OS ELEMENTOS
    IF (NLM) 195,210,195
195 WRITE (5,200)
200 FORMAT(' CARGAS NOS ELEMENTOS '/' ELEMENTO'3X'CARGA DISTR')
    DO 210 J = 1,NLM
    READ (8,205) I, QZERO
205 FORMAT(I7,F15.6)
    WRITE (5,205) I, QZERO
    JDR2=4*JJ(I)-2
    JDR3=4*JJ(I)-1
    JDR4=4*JJ(I)
    KDR2=4*JK(I)-2
    KDR3=4*JK(I)-1
    KDR4=4*JK(I)
    DO 210 NHAR = 1,NNHAR,2
    ALFA=3.1415926*NHAR*B(I)/(2.*COMP)
    CH=(EXP(ALFA)+EXP(-ALFA))/2.
    SH=(EXP(ALFA)-EXP(-ALFA))/2.
    SH2=SH**2
    SHCH=SH*CH
    F1=ALFA+SHCH
C   ACOES EQUIVALENTES SOBRE AS JUNTAS
    QAMP3(NHAR,I)=(8.*QZERO*COMP/3.1415926**2)*(SH2/(NHAR**2*F1))
    QAMP4(NHAR,I)=(4.*QZERO*COMP**2/3.1415926**3)*(2.*SHCH-F1)/(NHAR**
13*F1)
    AEQV(NHAR,JDR2) = AEQV(NHAR,JDR2) -CY(I)*QAMP3(NHAR,I)
    AEQV(NHAR,JDR3) = AEQV(NHAR,JDR3) + CX(I)*QAMP3(NHAR,I)
    AEQV(NHAR,JDR4) = AEQV(NHAR,JDR4) + QAMP4(NHAR,I)
    AEQV(NHAR,KDR2) = AEQV(NHAR,KDR2) - CY(I)*QAMP3(NHAR,I)
    AEQV(NHAR,KDR3) = AEQV(NHAR,KDR3) + CX(I)*QAMP3(NHAR,I)
    AEQV(NHAR,KDR4) = AEQV(NHAR,KDR4) - QAMP4(NHAR,I)
210 CONTINUE
    DO 280 NHAR = 1,NNHAR,NPAR
    DO 215 IJ = 1,N

```

```

DO 215 IK = 1,N
215 S(IJ,IK)=0.0
DO 225 I = 1,M
C   NUMERACAO DAS DIRECOES DOS DESLOCAMENTOS
J1=4*JJ(I)-3
J2=4*JJ(I)-2
J3=4*JJ(I)-1
J4=4*JJ(I)
K1=4*JK(I)-3
K2=4*JK(I)-2
K3=4*JK(I)-1
K4=4*JK(I)
C   PREPARACAO DAS MATRIZES DE RIGIDEZ DOS ELEMENTOS
RIG1=(E*H(I)**3)/(12.*(1.-ANI**2))
RIG2=(E*H(I))/(1.+ANI)**2
FHAR=3.1415926*NHAR/COMP
ALFA=3.1415926*NHAR*B(I)/(2.*COMP)
CH=(EXP(ALFA)+EXP(-ALFA))/2.
SH=(EXP(ALFA)-EXP(-ALFA))/2.
CH2=CH**2
SH2=SH**2
SHCH=SH*CH
F1=ALFA+SHCH
F2=ALFA-SHCH
F3=ALFA+FNI*SHCH
F4=ALFA-FNI*SHCH
SCM11(I)=RIG2*FHAR*(-SH2/F4+CH2/F3)
SCM12(I)=-RIG2*FHAR*(SHCH/F4-SHCH/F3+1.+ANI)
SCM15(I)=-RIG2*FHAR*(SH2/F4+CH2/F3)
SCM22(I)=RIG2*FHAR*(-CH2/F4+SH2/F3)
SCM25(I)=-RIG2*FHAR*(SHCH/F4+SHCH/F3)
SCM26(I)=RIG2*FHAR*(CH2/F4+SH2/F3)
SCM33(I)=RIG1*FHAR**3*(SH2/F1-CH2/F2)
SCM34(I)=RIG1*FHAR**2*(SHCH/F1-SHCH/F2-1.+ANI)
SCM37(I)=RIG1*FHAR**3*(SH2/F1+CH2/F2)
SCM44(I)=RIG1*FHAR*(CH2/F1-SH2/F2)
SCM47(I)=RIG1*FHAR**2*(SHCH/F1+SHCH/F2)
SCM48(I)=-RIG1*FHAR*(CH2/F1+SH2/F2)
SMD(1,1)=SCM11(I)
SMD(1,2)=CX(I)*SCM12(I)
SMD(1,3)=CY(I)*SCM12(I)
SMD(1,4)=0.0
SMD(1,5)=SCM15(I)
SMD(1,6)=-CX(I)*SCM25(I)
SMD(1,7)=-CY(I)*SCM25(I)
SMD(1,8)=0.0
SMD(2,2)=SCM22(I)*CX(I)**2+SCM33(I)*CY(I)**2
SMD(2,3)=CX(I)*CY(I)*(SCM22(I)-SCM33(I))
SMD(2,4)=-CY(I)*SCM34(I)
SMD(2,5)=-SMD(1,6)
SMD(2,6)=SCM26(I)*CX(I)**2+SCM37(I)*CY(I)**2
SMD(2,7)=CX(I)*CY(I)*(SCM26(I)-SCM37(I))
SMD(2,8)=CY(I)*SCM47(I)
SMD(3,3)=SCM22(I)*CY(I)**2+SCM33(I)*CX(I)**2
SMD(3,4)=CX(I)*SCM34(I)
SMD(3,5)=-SMD(1,7)
SMD(3,6)=SMD(2,7)
SMD(3,7)=SCM26(I)*CY(I)**2+SCM37(I)*CX(I)**2

```

```

SMD(3,8)=-CX(I)*SCM47(I)
SMD(4,4)=SCM44(I)
SMD(4,5)=SMD(1,8)
SMD(4,6)=-SMD(2,8)
SMD(4,7)=-SMD(3,8)
SMD(4,8)=SCM48(I)
SMD(5,5)=SMD(1,1)
SMD(5,6)=-SMD(1,2)
SMD(5,7)=-SMD(1,3)
SMD(5,8)=SMD(1,4)
SMD(6,6)=SMD(2,2)
SMD(6,7)=SMD(2,3)
SMD(6,8)=-SMD(2,4)
SMD(7,7)=SMD(3,3)
SMD(7,8)=-SMD(3,4)
SMD(8,8)=SMD(4,4)
DO 220 KK = 1,7
MM=KK+1

```

```

DO 220 LL = MM,8

```

```

220 SMD(LL,KK)=SMD(KK,LL)

```

```

C MONTAGEM DA MATRIZ RIGIDEZ DA ESTRUTURA

```

```

S(J1,J1)=S(J1,J1)+SMD(1,1)
S(J2,J1)=S(J2,J1)+SMD(2,1)
S(J3,J1)=S(J3,J1)+SMD(3,1)
S(J4,J1)=S(J4,J1)+SMD(4,1)
S(K1,J1)=SMD(5,1)
S(K2,J1)=SMD(6,1)
S(K3,J1)=SMD(7,1)
S(K4,J1)=SMD(8,1)
S(J1,J2)=S(J1,J2)+SMD(1,2)
S(J2,J2)=S(J2,J2)+SMD(2,2)
S(J3,J2)=S(J3,J2)+SMD(3,2)
S(J4,J2)=S(J4,J2)+SMD(4,2)
S(K1,J2)=SMD(5,2)
S(K2,J2)=SMD(6,2)
S(K3,J2)=SMD(7,2)
S(K4,J2)=SMD(8,2)
S(J1,J3)=S(J1,J3)+SMD(1,3)
S(J2,J3)=S(J2,J3)+SMD(2,3)
S(J3,J3)=S(J3,J3)+SMD(3,3)
S(J4,J3)=S(J4,J3)+SMD(4,3)
S(K1,J3)=SMD(5,3)
S(K2,J3)=SMD(6,3)
S(K3,J3)=SMD(7,3)
S(K4,J3)=SMD(8,3)
S(J1,J4)=S(J1,J4)+SMD(1,4)
S(J2,J4)=S(J2,J4)+SMD(2,4)
S(J3,J4)=S(J3,J4)+SMD(3,4)
S(J4,J4)=S(J4,J4)+SMD(4,4)
S(K1,J4)=SMD(5,4)
S(K2,J4)=SMD(6,4)
S(K3,J4)=SMD(7,4)
S(K4,J4)=SMD(8,4)
S(J1,K1)=SMD(1,5)
S(J2,K1)=SMD(2,5)
S(J3,K1)=SMD(3,5)
S(J4,K1)=SMD(4,5)
S(K1,K1)=S(K1,K1)+SMD(5,5)

```



```

S(K2,K1)=S(K2,K1)+SMD(6,5)
S(K3,K1)=S(K3,K1)+SMD(7,5)
S(K4,K1)=S(K4,K1)+SMD(8,5)
S(J1,K2)=SMD(1,6)
S(J2,K2)=SMD(2,6)
S(J3,K2)=SMD(3,6)
S(J4,K2)=SMD(4,6)
S(K1,K2)=S(K1,K2)+SMD(5,6)
S(K2,K2)=S(K2,K2)+SMD(6,6)
S(K3,K2)=S(K3,K2)+SMD(7,6)
S(K4,K2)=S(K4,K2)+SMD(8,6)
S(J1,K3)=SMD(1,7)
S(J2,K3)=SMD(2,7)
S(J3,K3)=SMD(3,7)
S(J4,K3)=SMD(4,7)
S(K1,K3)=S(K1,K3)+SMD(5,7)
S(K2,K3)=S(K2,K3)+SMD(6,7)
S(K3,K3)=S(K3,K3)+SMD(7,7)
S(K4,K3)=S(K4,K3)+SMD(8,7)
S(J1,K4)=SMD(1,8)
S(J2,K4)=SMD(2,8)
S(J3,K4)=SMD(3,8)
S(J4,K4)=SMD(4,8)
S(K1,K4)=S(K1,K4)+SMD(5,8)
S(K2,K4)=S(K2,K4)+SMQ(6,8)
S(K3,K4)=S(K3,K4)+SMD(7,8)
S(K4,K4)=S(K4,K4)+SMD(8,8)

```

225 CONTINUE

C INVERSAO DA MATRIZ RIGIDEZ DA ESTRUTURA

```

CALL ARRAY(2,N,N,56,56,S,S)
CALL MINV (S,N,DET,LN,MN)
CALL ARRAY(1,N,N,56,56,S,S)

```

C CALCULO DOS DESLOCAMENTOS

```

CN=1.0
SN=SIN(NHAR*1.5707963)
DO 230 IL = 1,56

```

230 D(IL)=0.0

```

WRITE (5,235) NHAR

```

235 FORMAT (/ ' RESULTADOS ACUMULADOS ATE O HARMONICO ' I3 / ' DESLOCAMENTO  
1S DAS JUNTAS ' / ' JUNTA ' 4X ' DESLOC X ' 7X ' DESLOC Y ' 7X ' DESLOC Z ' 8X ' ROTAC  
2AO ' )

```

DO 245 J = 1,NJ
J1J=4*J-3
J2J=4*J-2
J3J=4*J-1
J4J=4*J

```

```

DO 240 K = 1,N

```

```

AC(NHAR,K)=AEQV(NHAR,K)+A(NHAR,K)

```

C CALCULO DOS DESLOCAMENTOS NAS JUNTAS

```

D(J1J)=D(J1J)+S(J1J,K)*AC(NHAR,K)
D(J2J)=D(J2J)+S(J2J,K)*AC(NHAR,K)
D(J3J)=D(J3J)+S(J3J,K)*AC(NHAR,K)
D(J4J)=D(J4J)+S(J4J,K)*AC(NHAR,K)

```

240 CONTINUE

C DESLOCAMENTOS LONGITUDINAIS EM X=0

```

D1(J)=D1(J)+D(J1J)*CN

```

C DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS, VERTICAIS E ROTACOES A MEIO VAO

```

D2(J)=D2(J)+D(J2J)*SN

```

```

D3(J)=D3(J)+D(J3J)*SN
D4(J)=D4(J)+D(J4J)*SN
245 WRITE (5,250) J, D1(J), D2(J), D3(J), D4(J)
250 FORMAT(14,4E15.5)
C  CALCULO DOS ESFORÇOS NAS BORDAS DOS ELEMENTOS
  WRITE (5,255)
255 FORMAT(/' ESFORÇOS NAS BORDAS DOS ELEMENTOS'/' ELEMENTO'7X'AM1'10X
1'AM2'10X'AM3'10X'AM4')
  DO 260 I = 1,M
    J1=4*JJ(I)-3
    J2=4*JJ(I)-2
    J3=4*JJ(I)-1
    J4=4*JJ(I)
    K1=4*JK(I)-3
    K2=4*JK(I)-2
    K3=4*JK(I)-1
    K4=4*JK(I)
    AM1(I) = (SCM11(I)*D(J1)+SCM12(I)*(CX(I)*D(J2)+CY(I)*D(J3))+SCM15(
1I)*D(K1)-SCM25(I)*(CX(I)*D(K2)+CY(I)*D(K3)))*CN
    AM2(I) = (SCM22(I)*(CX(I)*D(J2)+CY(I)*D(J3))+SCM25(I)*D(K1)+SCM26(
1I)*(CX(I)*D(K2)+CY(I)*D(K3))+SCM12(I)*D(J1))*SN
    AM3(I) = (SCM33(I)*(-CY(I)*D(J2)+CX(I)*D(J3))+SCM34(I)*D(J4)+SCM37
1(I)*(-CY(I)*D(K2)+CX(I)*D(K3))-SCM47(I)*D(K4)-QAMP3(NHAR,I))*SN
    AM4(I) = (SCM34(I)*(-CY(I)*D(J2)+CX(I)*D(J3))+SCM44(I)*D(J4)+SCM47
1(I)*(-CY(I)*D(K2)+CX(I)*D(K3))+SCM48(I)*D(K4)-QAMP4(NHAR,I))*SN
    A1(I)=A1(I)+AM1(I)
    A2(I)=A2(I)+AM2(I)
    A3(I)=A3(I)+AM3(I)
    A4(I)=A4(I)+AM4(I)
260 WRITE (5,265) I, A1(I), A2(I), A3(I), A4(I)
265 FORMAT (15,E17.4,3E13.4)
  WRITE (5,266)
266 FORMAT (/16X'AM5'10X'AM6'10X'AM7'10X'AM8')
  DO 267 I=1,M
    J1=4*JJ(I)-3
    J2=4*JJ(I)-2
    J3=4*JJ(I)-1
    J4=4*JJ(I)
    K1=4*JK(I)-3
    K2=4*JK(I)-2
    K3=4*JK(I)-1
    K4=4*JK(I)
    AM5(I) = (SCM15(I)*D(J1)+SCM25(I)*(CX(I)*D(J2)+CY(I)*D(J3))+SCM11(
1I)*D(K1)-SCM12(I)*(CX(I)*D(K2)+CY(I)*D(K3)))*CN
    AM6(I) = (-SCM25(I)*D(J1)+SCM26(I)*(CX(I)*D(J2)+CY(I)*D(J3))-SCM12
1(I)*D(K1)+SCM22(I)*(CX(I)*D(K2)+CY(I)*D(K3)))*SN
    AM7(I) = (SCM37(I)*(-CY(I)*D(J2)+CX(I)*D(J3))+SCM47(I)*D(J4)+SCM33
1(I)*(-CY(I)*D(K2)+CX(I)*D(K3))-SCM34(I)*D(K4)-QAMP3(NHAR,I))*SN
    AM8(I) = (-SCM47(I)*(-CY(I)*D(J2)+CX(I)*D(J3))+SCM48(I)*D(J4)-SCM3
14(I)*(-CY(I)*D(K2)+CX(I)*D(K3))+SCM44(I)*D(K4)+QAMP4(NHAR,I))*SN
    A5(I)=A5(I)+AM5(I)
    A6(I)=A6(I)+AM6(I)
    A7(I)=A7(I)+AM7(I)
    A8(I)=A8(I)+AM8(I)
267 WRITE (5,265) I, A5(I), A6(I), A7(I), A8(I)
  FHAR=3.1415926*NHAR/COMP
  WRITE (5,270)
270 FORMAT(/' FORÇAS NORMAIS NA SECCAO MEDIA'/' ELEMENTO'5X'BORDA J'7X

```

1\*ME10\*7X\*BORDA K\*)

DC 280 I = 1,M

ALFA=3.1415926\*NHAR\*B(I)/(2.\*COMP)

CH=(EXP(ALFA)+EXP(-ALFA))/2.

SH=(EXP(ALFA)-EXP(-ALFA))/2.

SHCH=SH\*CH

CH2=CH\*\*2

SH2=SH\*\*2

F3=ALFA+FNI\*SHCH

F4=ALFA-FNI\*SHCH

F5=ALFA+F5NI\*SHCH

F6=ALFA-F5NI\*SHCH

F7=ALFA-F3NI\*SHCH

F8=ALFA+F3NI\*SHCH

RIGN=E\*H(I)/(2.\*(1.+ANI))

J1=4\*JJ(I)-3

J2=4\*JJ(I)-2

J3=4\*JJ(I)-1

J4=4\*JJ(I)

K1=4\*JK(I)-3

K2=4\*JK(I)-2

K3=4\*JK(I)-1

K4=4\*JK(I)

ESFORCOS NORMAIS LONGITUDINAIS NA SECCAO MEDIA

ANXI(I) = -RIGN\*FHAR\*((F8/F3+F7/F4)\*D(J1)+(F8/F3-F7/F4)\*D(K1)+F2NI\*  
1\*(CH2/F4-SH2/F3)\*(CX(I)\*D(J2)+CY(I)\*D(J3))-F2NI\*(CH2/F4+SH2/F3)\*(C  
2X(I)\*D(K2)+CY(I)\*D(K3)))\*SN

ANXM(I) = RIGN\*FHAR\*((F3NI\*SH-ALFA\*CH)/F4)\*(D(J1)+D(K1))-((-F2NI\*  
1CH+ALFA\*SH)/F4)\*(CX(I)\*D(J2)+CY(I)\*D(J3))-((F2NI\*CH-ALFA\*SH)/F4)\*  
2CX(I)\*D(K2)+CY(I)\*D(K3)))\*SN

ANXF(I) = RIGN\*FHAR\*((F8/F3-F7/F4)\*D(J1)-(F8/F3+F7/F4)\*D(K1)+F2NI\*  
1(CH2/F4+SH2/F3)\*(CX(I)\*D(J2)+CY(I)\*D(J3))-F2NI\*(CH2/F4-SH2/F3)\*(C  
2(I)\*D(K2)+CY(I)\*D(K3)))\*SN

ANX1(I)=ANX1(I)+ANXI(I)

ANX2(I)=ANX2(I)+ANXM(I)

ANX3(I)=ANX3(I)+ANXF(I)

WRITE (5,275) I, ANX1(I), ANX2(I), ANX3(I)

275 FORMAT(I5,E17.4,E11.4,E13.4)

280 CONTINUE

CALL EXIT

END

FEATURES SUPPORTED  
ONE WORD INTEGERS  
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR  
COMMON 0 VARIABLES 12834 PROGRAM 5906

END OF COMPILATION

// XEQ

ESTRUTURA PRISMATICA LAMINAR  
DADOS DA ESTRUTURA

M	NJ	N	E	NI	COMPR
8	8	32	250.	0.40	905.0

COORDENADAS DAS JUNTAS

JUNTA	X	Y
1	0.0	49.0
2	102.0	49.0
3	102.0	0.0
4	0.0	0.0
5	51.0	49.0
6	102.0	24.5
7	51.0	0.0
8	0.0	24.5

PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS

ELEMENTO	JJ	JK	H	B	CX	CY
1	1	5	3.20	51.000	1.00000	0.00000
2	2	6	3.20	24.500	0.00000	-1.00000
3	3	7	3.20	51.000	-1.00000	0.00000
4	4	8	3.20	24.500	0.00000	1.00000
5	5	2	3.20	51.000	1.00000	0.00000
6	6	3	3.20	24.500	0.00000	-1.00000
7	7	4	3.20	51.000	-1.00000	0.00000
8	8	1	3.20	24.500	0.00000	1.00000

CARGAS NAS JUNTAS

NLJ = 1

NO	PZERO	P TIPO	DIREC	CARGAS	HARMON	POS CONC
1	-3.50000	0	3	1	0	0.500

RESULTADOS ACUMULADOS ATE O HARMONICO 1  
DESLOCAMENTOS DAS JUNTAS

JUNTA	DESLOC X	DESLOC Y	DESLOC Z	ROTACAO
1	0.44115E-01	0.56820E-02	-0.55617E 00	0.20477E-03
2	0.37206E-01	0.11176E-01	-0.44743E 00	-0.23433E-04
3	-0.37061E-01	-0.13026E-01	-0.44743E 00	-0.24805E-04
4	-0.44623E-01	-0.75077E-02	-0.55596E 00	0.20339E-03
5	0.39162E-01	0.86020E-02	-0.49889E 00	0.15524E-02
6	0.71866E-04	-0.91670E-03	-0.44805E 00	-0.72895E-03
7	-0.39337E-01	-0.10451E-01	-0.49878E 00	0.15498E-02
8	-0.26185E-03	-0.90435E-03	-0.55678E 00	-0.50590E-03

#### ESFORÇOS NAS BORDAS DOS ELEMENTOS

ELEMENTO	AM1	AM2	AM3	AM4
1	0.3097E-01	-0.1930E-02	-0.9414E-03	-0.4720E-01
2	-0.8185E-02	0.9472E-03	0.1920E-02	0.4688E-01
3	-0.8219E-02	-0.1920E-02	-0.9355E-03	-0.4684E-01
4	0.3111E-01	0.9334E-03	0.1930E-02	0.4716E-01
5	0.1061E-01	0.1718E-02	-0.9330E-03	-0.1302E-03
6	-0.1259E-01	-0.1881E-04	0.1917E-02	0.1907E-04
7	0.1059E-01	-0.1726E-02	-0.9321E-03	0.1298E-03
8	0.3633E-01	0.3899E-02	0.1928E-02	-0.1941E-04

	AM5	AM6	AM7	AM8
1	-0.1061E-01	-0.1719E-02	0.9329E-03	0.1298E-03
2	0.1259E-01	-0.3308E-05	-0.1917E-02	-0.1938E-04
3	-0.1059E-01	0.1726E-02	0.9322E-03	-0.1291E-03
4	-0.3632E-01	-0.3877E-02	-0.1928E-02	0.1962E-04
5	0.8184E-02	-0.1920E-02	0.9363E-03	-0.4688E-01
6	0.8218E-02	0.9649E-03	-0.1920E-02	0.4684E-01
7	-0.3111E-01	-0.1931E-02	0.9406E-03	-0.4716E-01
8	-0.3097E-01	-0.6838E-02	-0.1930E-02	0.4720E-01

#### FORÇAS NORMAIS NA SECCAO MEDIA

ELEMENTO	BORDA J	MEIO	BORDA K
1	-0.1287E 00	-0.1146E 00	-0.1094E 00
2	-0.1078E 00	-0.5183E-01	-0.2019E-03
3	0.1067E 00	0.1059E 00	0.1099E 00
4	0.1301E 00	0.6125E-01	-0.8218E-03
5	-0.1129E 00	-0.1059E 00	-0.1040E 00
6	-0.2161E-03	0.5146E-01	0.1033E 00
7	0.1134E 00	0.1156E 00	0.1231E 00
8	0.2319E-02	-0.6292E-01	-0.1252E 00

#### RESULTADOS ACUMULADOS ATE O HARMONICO 3

##### DESLOCAMENTOS DAS JUNTAS

JUNTA	DESLOC X	DESLOC Y	DESLOC Z	ROTACAO
1	0.40014E-01	0.94984E-02	-0.57726E 00	0.18242E-03
2	0.37973E-01	0.15453E-01	-0.44476E 00	-0.68750E-04
3	-0.37869E-01	-0.17500E-01	-0.44477E 00	-0.71463E-04
4	-0.40356E-01	-0.11503E-01	-0.57682E 00	0.17954E-03
5	0.37969E-01	0.12897E-01	-0.50779E 00	0.19147E-02
6	0.52801E-04	-0.10068E-02	-0.44534E 00	-0.97342E-03
7	-0.38099E-01	-0.14944E-01	-0.50758E 00	0.19096E-02
8	-0.15715E-03	-0.98494E-03	-0.57792E 00	-0.73305E-03

#### ESFORÇOS NAS BORDAS DOS ELEMENTOS

ELEMENTO	AM1	AM2	AM3	AM4
1	0.2027E-01	-0.2517E-02	-0.1249E-02	-0.6105E-01
2	-0.6508E-02	0.1247E-02	0.2494E-02	0.6037E-01
3	-0.6458E-02	-0.2493E-02	-0.1234E-02	-0.6029E-01
4	0.2003E-01	0.1240E-02	0.2517E-02	0.6096E-01

5	0.1119E-01	0.3279E-02	-0.1219E-02	-0.2425E-03
6	-0.1169E-01	-0.1286E-04	0.2483E-02	0.3778E-04
7	0.1123E-01	-0.3345E-02	-0.1217E-02	0.2400E-03
8	0.2085E-01	0.7790E-02	0.2506E-02	-0.4102E-04

	AM5	AM6	AM7	AM8
1	-0.1119E-01	-0.3279E-02	0.1219E-02	0.2421E-03
2	0.1169E-01	-0.9092E-05	-0.2483E-02	-0.3805E-04
3	-0.1123E-01	0.3345E-02	0.1217E-02	-0.2392E-03
4	-0.2085E-01	-0.7767E-02	-0.2506E-02	0.4129E-04
5	0.6508E-02	-0.2493E-02	0.1236E-02	-0.6037E-01
6	0.6457E-02	0.1264E-02	-0.2494E-02	0.6029E-01
7	-0.2003E-01	-0.2517E-02	0.1247E-02	-0.6096E-01
8	-0.2027E-01	-0.1426E-01	-0.2517E-02	0.6105E-01

#### FORÇAS NORMAIS NA SECCAO MEDIA

ELEMENTO	BORDA J	MEIO	BORDA K
1	-0.1640E 00	-0.1354E 00	-0.1200E 00
2	-0.1010E 00	-0.4885E-01	-0.3630E-03
3	0.9964E-01	0.1080E 00	0.1208E 00
4	0.1672E 00	0.7836E-01	-0.1505E-02
5	-0.1225E 00	-0.1079E 00	-0.9793E-01
6	-0.3792E-03	0.4812E-01	0.9669E-01
7	0.1234E 00	0.1371E 00	0.1584E 00
8	0.4785E-02	-0.8148E-01	-0.1623E 00

#### RESULTADOS ACUMULADOS ATE O HARMONICO 5

##### DESLOCAMENTOS DAS JUNTAS

JUNTA	DESLOC X	DESLOC Y	DESLOC Z	ROTACAO
1	0.41145E-01	0.10151E-01	-0.58190E 00	0.18627E-03
2	0.37699E-01	0.16190E-01	-0.44414E 00	-0.72886E-04
3	-0.37577E-01	-0.18298E-01	-0.44416E 00	-0.76839E-04
4	-0.41581E-01	-0.12211E-01	-0.58124E 00	0.18161E-03
5	0.38138E-01	0.13688E-01	-0.50967E 00	0.19899E-02
6	0.60026E-04	-0.10301E-02	-0.44470E 00	-0.10177E-02
7	-0.38284E-01	-0.15800E-01	-0.50936E 00	0.19823E-02
8	-0.23750E-03	-0.10013E-02	-0.58249E 00	-0.77591E-03

#### ESFORÇOS NAS BORDAS DOS ELEMENTOS

ELEMENTO	AM1	AM2	AM3	AM4
1	0.2643E-01	-0.2659E-02	-0.1339E-02	-0.6428E-01
2	-0.7179E-02	0.1323E-02	0.2620E-02	0.6317E-01
3	-0.7223E-02	-0.2619E-02	-0.1309E-02	-0.6305E-01
4	0.2670E-01	0.1328E-02	0.2659E-02	0.6413E-01
5	0.1014E-01	0.4587E-02	-0.1289E-02	-0.3260E-03
6	-0.1160E-01	-0.2360E-05	0.2604E-02	0.5505E-04
7	0.1009E-01	-0.4769E-02	-0.1286E-02	0.3196E-03
8	0.3095E-01	0.1170E-01	0.2643E-02	-0.6742E-04

	AM5	AM6	AM7	AM8
1	-0.1014E-01	-0.4587E-02	0.1289E-02	0.3256E-03
2	0.1160E-01	-0.1958E-04	-0.2604E-02	-0.5531E-04
3	-0.1009E-01	0.4769E-02	0.1286E-02	-0.3189E-03
4	-0.3095E-01	-0.1168E-01	-0.2643E-02	0.6770E-04
5	0.7178E-02	-0.2619E-02	0.1313E-02	-0.6317E-01
6	0.7223E-02	0.1338E-02	-0.2620E-02	0.6305E-01
7	-0.2670E-01	-0.2659E-02	0.1335E-02	-0.6413E-01
8	-0.2643E-01	-0.2191E-01	-0.2659E-02	0.6428E-01

#### FORÇAS NORMAIS NA SECCAO MEDIA

ELEMENTO	BORDA J	MEIO	BORDA K
1	-0.1797E 00-0.1430E 00	-0.1228E 00	
2	-0.9705E-01-0.4709E-01	-0.4675E-03	
3	0.9556E-01 0.1075E 00	0.1240E 00	
4	0.1848E 00 0.8630E-01	-0.1955E-02	
5	-0.1243E 00-0.1075E 00	-0.9417E-01	
6	-0.4787E-03 0.4615E-01	0.9266E-01	
7	0.1253E 00 0.1454E 00	0.1754E 00	
8	0.7503E-02-0.9053E-01	-0.1811E 00	

RESULTADOS ACUMULADOS ATE O HARMONICO 7  
DESLOCAMENTOS DAS JUNTAS

JUNTA	DESLOC X	DESLOC Y	DESLOC Z	ROTACAO
1	0.40682E-01	0.10336E-01	-0.58377E 00	0.19219E-03
2	0.37783E-01	0.16374E-01	-0.44401E 00	-0.72103E-04
3	-0.37670E-01	-0.18505E-01	-0.44402E 00	-0.77104E-04
4	-0.41060E-01	-0.12419E-01	-0.58288E 00	0.18528E-03
5	0.38111E-01	0.13911E-01	-0.51042E 00	0.20161E-02
6	0.57447E-04	-0.10356E-02	-0.44456E 00	-0.10297E-02
7	-0.38253E-01	-0.16052E-01	-0.51001E 00	0.20060E-02
8	-0.16584E-03	-0.10001E-02	-0.58424E 00	-0.79012E-03

ESFORÇOS NAS BORDAS DOS ELEMENTOS

ELEMENTO	AM1	AM2	AM3	AM4
1	0.2236E-01	-0.2723E-02	-0.1393E-02	-0.6570E-01
2	-0.6841E-02	0.1355E-02	0.2663E-02	0.6408E-01
3	-0.6812E-02	-0.2663E-02	-0.1339E-02	-0.6393E-01
4	0.2212E-01	0.1377E-02	0.2723E-02	0.6547E-01
5	0.1087E-01	0.5605E-02	-0.1319E-02	-0.3763E-03
6	-0.1170E-01	0.8896E-05	0.2645E-02	0.6964E-04
7	0.1092E-01	-0.5926E-02	-0.1313E-02	0.3664E-03
8	0.2354E-01	0.1562E-01	0.2702E-02	-0.1007E-03

	AM5	AM6	AM7	AM8
1	-0.1087E-01	-0.5606E-02	0.1319E-02	0.3758E-03
2	0.1170E-01	-0.3083E-04	-0.2645E-02	-0.6990E-04
3	-0.1092E-01	0.5926E-02	0.1313E-02	-0.3656E-03
4	-0.2354E-01	-0.1560E-01	-0.2703E-02	0.1010E-03
5	0.6841E-02	-0.2663E-02	0.1344E-02	-0.6409E-01
6	0.6811E-02	0.1368E-02	-0.2663E-02	0.6393E-01
7	-0.2212E-01	-0.2723E-02	0.1385E-02	-0.6547E-01
8	-0.2236E-01	-0.2959E-01	-0.2723E-02	0.6570E-01

FORÇAS NORMAIS NA SECCAO MEDIA

ELEMENTO	BORDA J	MEIO	BORDA K
1	-0.1884E 00-0.1463E 00	-0.1238E 00	
2	-0.9537E-01-0.4637E-01	-0.5222E-03	
3	0.9381E-01 0.1072E 00	0.1250E 00	
4	0.1952E 00 0.9093E-01	-0.2129E-02	
5	-0.1244E 00-0.1072E 00	-0.9255E-01	
6	-0.5254E-03 0.4531E-01	0.9088E-01	
7	0.1255E 00 0.1492E 00	0.1855E 00	
8	0.1049E-01-0.9590E-01	-0.1932E 00	

RESULTADOS ACUMULADOS ATE O HARMONICO 9  
DESLOCAMENTOS DAS JUNTAS

JUNTA	DESLOC X	DESLOC Y	DESLOC Z	ROTACAO
1	0.40924E-01	0.10415E-01	-0.58479E 00	0.19811E-03
2	0.37754E-01	0.16431E-01	-0.44398E 00	-0.70991E-04
3	-0.37637E-01	-0.18571E-01	-0.44399E 00	-0.76795E-04

4	-0.41338E-01	-0.12510E-01	-0.58367E 00	0.18839E-03
5	0.38110E-01	0.13996E-01	-0.51080E 00	0.20288E-02
6	0.58225E-04	-0.10354E-02	-0.44452E 00	-0.10337E-02
7	-0.38252E-01	-0.16149E-01	-0.51031E 00	0.20163E-02
8	-0.23201E-03	-0.99061E-03	-0.58513E 00	-0.79735E-03

# ESFORÇOS NAS BORDAS DOS ELEMENTOS

ELEMENTO	AM1	AM2	AM3	AM4
1	0.2528E-01	-0.2766E-02	-0.1442E-02	-0.6665E-01
2	-0.7019E-02	0.1372E-02	0.2682E-02	0.6447E-01
3	-0.7034E-02	-0.2682E-02	-0.1354E-02	-0.6428E-01
4	0.2546E-01	0.1417E-02	0.2765E-02	0.6629E-01
5	0.1037E-01	0.6356E-02	-0.1337E-02	-0.3972E-03
6	-0.1164E-01	0.1741E-04	0.2661E-02	0.8075E-04
7	0.1034E-01	-0.6795E-02	-0.1329E-02	0.3867E-03
8	0.2940E-01	0.1951E-01	0.2740E-02	-0.1419E-03

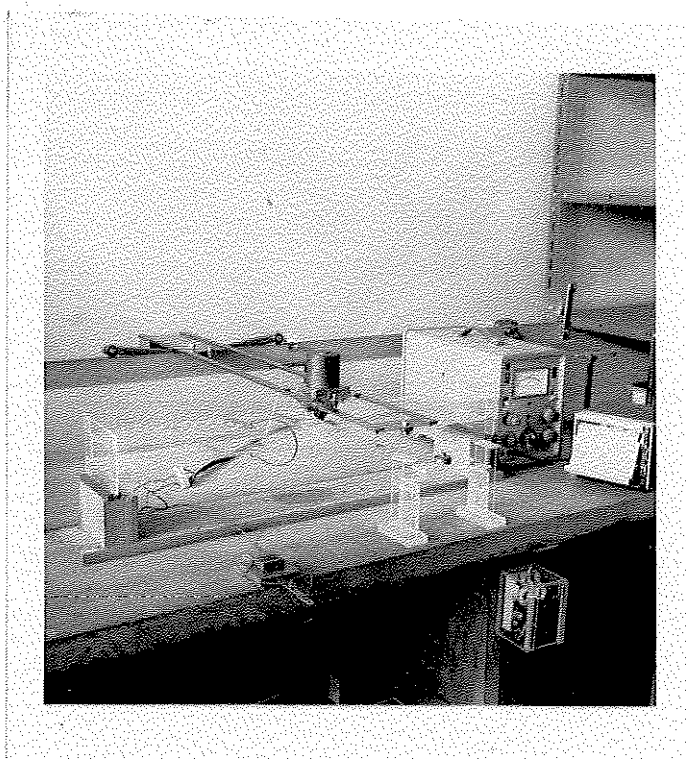
	AM5	AM6	AM7	AM8
1	-0.1037E-01	-0.6356E-02	0.1337E-02	0.3968E-03
2	0.1164E-01	-0.3935E-04	-0.2661E-02	-0.8100E-04
3	-0.1034E-01	0.6795E-02	0.1329E-02	-0.3860E-03
4	-0.2940E-01	-0.1948E-01	-0.2740E-02	0.1422E-03
5	0.7019E-02	-0.2682E-02	0.1361E-02	-0.6447E-01
6	0.7033E-02	0.1383E-02	-0.2682E-02	0.6428E-01
7	-0.2546E-01	-0.2765E-02	0.1425E-02	-0.6629E-01
8	-0.2528E-01	-0.3727E-01	-0.2766E-02	0.6665E-01

# FORÇAS NORMAIS NA SECÇÃO MÉDIA

ELEMENTO	BORDA J	MEIO	BORDA K
1	-0.1941E 00	-0.1480E 00	-0.1241E 00
2	-0.9463E-01	-0.4607E-01	-0.5450E-03
3	0.9305E-01	0.1070E 00	0.1254E 00
4	0.2022E 00	0.9409E-01	-0.2031E-02
5	-0.1241E 00	-0.1070E 00	-0.9183E-01
6	-0.5416E-03	0.4495E-01	0.9009E-01
7	0.1251E 00	0.1511E 00	0.1924E 00
8	0.1371E-01	-0.9942E-01	-0.2023E 00



A P Ê N D I C E "B"



Disposição do equipamento